Tijdschrift van het Nederlands Radiogenootschap

Mei 1950 **Deel XV No. 3**

Trillingsverschijnselen in een circuit met gebroken lineaire karakteristiek.

door G. J. Elias en S. Duinker

SUMMARY

The vibration phenomena in a non-linear series circuit containing an inductance — with a core material having a sharp knee in the magnetization-curve (*i.e.* μ-metal, permalloy) — a capacitor and a negligable resistance, are investigated. The non-linear characteristic is approximated bij parts of a straight line.

It is shown that forced subharmonic vibrations can exist and that a jump-phenomenon occurs, when the knee of the characteristic is surpassed.

The higher jump boundaries, appearing with large values of the amplitude of the periodic electro motoric force (as described in a former article (3)), can be brought into connection with the free vibrations working during a large part of the period in the saturated region where the influence of hysteresis can not be neglected. Every new jump-boundary adds a new inner loop to the main hysteresis loop, pointing to the appearance of a pair of new real branch-points in the hyper-elliptic expression for the free vibrations.

Inleiding

Reeds verschillende malen werden in dit tijdschrift artikelen gepubliceerd, die de behandeling van trillingsverschijnselen in een niet-lineair circuit, bestaande uit een serieschakeling van een condensator, een smoorspoel met een niet-lineaire karakteristiek en een te verwaarlozen weerstand tot onderwerp hadden. (1, 2, 3)*)

Hierin werd vrijwel steeds het niet-lineaire verband benaderd

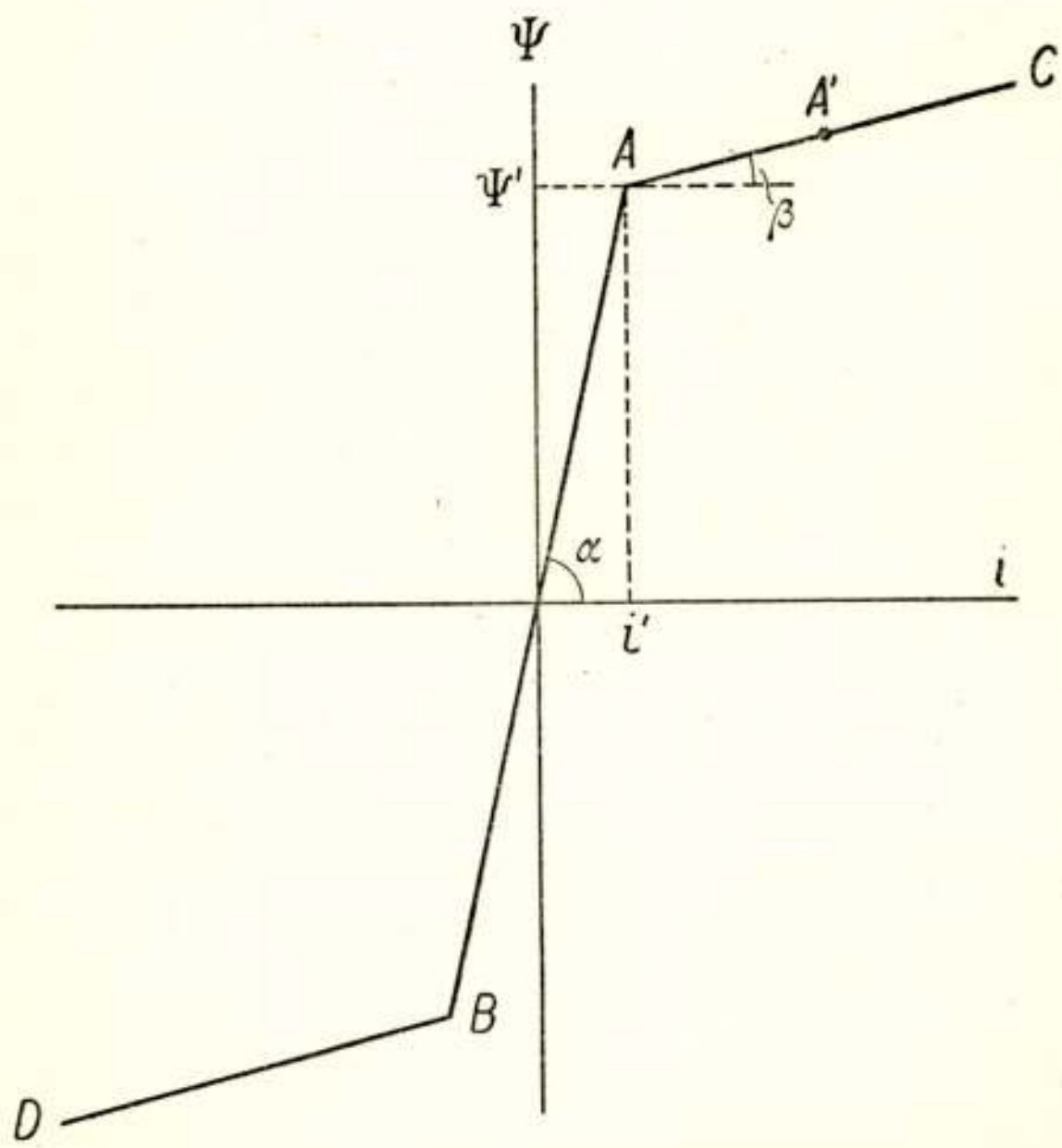
*) Zie de literatuuropgave aan het eind van het artikel.

met een machtreeks, die op grond van de radiale symmetrie van het B-H-verband van het spoelkernmateriaal slechts oneven machten bevatte, zodat de stroom i en de flux ψ door de volgende relatie aan elkaar waren gebonden:

$$i = a_1 \psi + a_3 \psi^3 + a_5 \psi^5 + \ldots\ldots + a_{2n+1} \psi^{2n+1} + \ldots \qquad (1)$$

Invoering van (1) in de voor het systeem geldende differentiaalvergelijking:

$$\frac{d^2\psi}{dt^2} + \frac{i}{C} = a \cos(\omega t + \varphi) \qquad (2)$$



doet een niet-lineaire differentiaalvergelijking ontstaan, die tot dusver niet oplosbaar is gebleken, aangezien men gevoerd wordt tot hyper-elliptische integralen.

Indien in (1) $a_5, a_7 \ldots\ldots = 0$ wordt gesteld, is weliswaar (2) niet oplosbaar, maar kunnen daaruit toch het bestaan van periodieke oplossingen met grond- of subharmonische frequentie en het optreden van kipverschijnselen aannemelijk gemaakt worden.

Het medenemen van alleen de derde macht is evenwel slechts

toegestaan, indien het niet-lineaire verband niet te veel van het lineaire geval afwijkt. Met name voor spoelen met een kern van μ-metaal is deze benadering niet te gebruiken, aangezien hier het ψ-i-verband na een vrijwel lineair verloop, via een scherpe knie overgaat in een nagenoeg lineair verzadigingsgebied (zie osc. 1).

Een dergelijke karakteristiek kan ontaard gedacht worden in rechten, zoals is getekend in nevenstaande figuur.

Bij het doorlopen van de karakteristiek blijft tot aan de discontinuiteitspunten A en B, de zelfinductie $L = tg\,\alpha$ constant. Bij overschrijding van deze punten gaat L plotseling over in de waarde $\Lambda = tg\,\beta$.

In aansluiting op de berekeningen van Bogajian (4), werd voor het geval $L = \infty$, door Travis en Weygandt (5) reeds een analyse gegeven van de optredende trillingsverschijnselen, wat betreft het voorkomen van periodieke toestanden met een sub- of grondharmonische frequentie.

In het volgende zal nu getracht worden deze beschouwingen uit te breiden voor het geval dat L eindig is, doch waarbij $L >> \Lambda$. Daarbij zal blijken, dat rekenschap gegeven kan worden van het kipverschijnsel met inbegrip van de hogere kipgrenzen en de niet-periodieke toestanden, hetgeen voor het geval $L = \infty$ niet wel mogelijk is.

§ 1.

Op elk van de takken, dus tussen de discontinuiteitspunten, is het systeem lineair. Onder invloed van een sinusoïdale emk $e = \hat{e} \cos \omega t$ van zodanige grootte, dat de knie van de karakteristiek wordt gepasseerd, worden resp. de volgende algemene oplossingen van de differentiaalvergelijking verkregen: voor de tak AB:

$$i_1 = \frac{\hat{e} \sin \omega t}{\omega L - \frac{1}{\omega C}} + A_1 \sin \omega_1 t + B_1 \cos \omega_1 t\,; \tag{3}$$

voor de takken AC en DB:

$$i_2 = \frac{\hat{e} \sin \omega t}{\omega \Lambda - \frac{1}{\omega C}} + A_2 \sin \omega_2 t + B_2 \cos \omega_2 t\,, \tag{4}$$

waarbij: $\omega_1^2 L C = 1$ en $\omega_2^2 \Lambda C = 1$.

Van de invloed van de weerstand en de hysteresis is afgezien, daar deze slechts werkzaam zijn gedurende het doorlopen van de rechte stukken van de karakteristiek. De eigenfrequenties worden echter steeds weer bij het passeren van de knie aangestoten en zullen dus blijven optreden in een eventueel mogelijke blijvende toestand.

Voor de flux'en wordt uit (3) en (4) verkregen:

$$\psi_1 = \frac{L\hat{e}\sin\omega t}{\omega L - \frac{1}{\omega C}} + L A_1 \sin\omega_1 t + L B_1 \cos\omega_1 t \tag{5}$$

$$\psi_2 - \psi' = \left\{\frac{\hat{e}\sin\omega t}{\omega \Lambda - \frac{1}{\omega C}} + A_2 \sin\omega_2 t + B_2 \cos\omega_2 t - i'\right\}\Lambda\,, \tag{6}$$

waarin ψ' en i' de coördinaten van de discontinuiteit voorstellen.

Tenslotte geldt voor de condensatorspanningen:

$$u_1 = -\frac{\hat{e}\cos\omega t}{\omega^2 L C - 1} - \frac{A_1}{\omega_1 C}\cos\omega_1 t + \frac{B_1}{\omega_1 C}\sin\omega_1 t \tag{7}$$

$$u_2 = -\frac{\hat{e}\cos\omega t}{\omega^2 \Lambda C - 1} - \frac{A_2}{\omega_2 C}\cos\omega_2 t + \frac{B_2}{\omega_2 C}\sin\omega_2 t\,. \tag{8}$$

Op grond van de aanname, dat verliezen mogen worden verwaarloosd, mag worden ondersteld, dat de stroom ten opzichte van de emk een hoek $\pi/2$ is verschoven. Derhalve wordt op de eerste tak gevonden ten tijde $t = 0$: $i_1 = 0$, waardoor $B_1 = 0$ en voorts:

$$u_1 = u_0 = -\frac{\hat{e}}{\omega^2 L C - 1} - \frac{A_1}{\omega_1 C}. \tag{9}$$

Onder invoering van het tijdstip t', waarop de knie wordt gepasseerd, verkrijgt men als randvoorwaarden, dat ten tijde $t = t'$:

$$\psi_1 = \psi_2 = \psi'\,,$$

en

$$\frac{d\psi_1}{dt} = \frac{d\psi_2}{dt}.$$

Dit geeft uit de vergelijkingen (4), (5) en (6):

$$\psi' = \frac{L\,\hat{e}\sin\omega t'}{\omega L - \frac{1}{\omega C}} + L\,A_1 \sin\omega_1 t' \tag{10}$$

$$\psi' = L\,i' = \frac{L\,\hat{e}\sin\omega t'}{\omega \Lambda - \frac{1}{\omega C}} + L\,A_2 \sin\omega_2 t' + L\,B_2 \cos\omega_2 t'\,. \tag{11}$$

$$\frac{\omega L\,\hat{e}\cos\omega t'}{\omega L - \frac{1}{\omega C}} + \omega_1 L\,A_1 \cos\omega_1 t' = \frac{\omega \Lambda\,\hat{e}\cos\omega t'}{\omega \Lambda - \frac{1}{\omega C}} + \tag{12}$$
$$+\,\omega_2 \Lambda\,A_2 \cos\omega_2 t' - \omega_2 \Lambda\,B_2 \sin\omega_2 t'\,.$$

Nemen we verder aan, dat voor $t = \pi/2\,\omega$: $i_2 = i_0$ en $u_2 = 0$, dan verkrijgt men nog:

$$i_0 = \frac{\hat{e}}{\omega \Lambda - \frac{1}{\omega C}} + A_2 \sin\frac{\pi\,\omega_2}{2\,\omega} + B_2 \cos\frac{\pi\,\omega_2}{2\,\omega} \tag{13}$$

$$0 = -\frac{A_2}{\omega_2 C}\cos\frac{\pi\,\omega_2}{2\,\omega} + \frac{B_2}{\omega_2 C}\sin\frac{\pi\,\omega_2}{2\,\omega}\,. \tag{14}$$

Thans wordt ingevoerd $\omega_1 = m\,\omega$ en $\omega_2 = n\,\omega$, waarin n en m rationele breuken of gehele getallen moeten zijn, aangezien we de eventueel mogelijke periodieke toestanden wensen te onderzoeken, waarvoor dus een periode T is te definieren. Op grond van b.v. (3) en (4) moet dan gelden:

$$\omega_1\,T = 2\,\pi\,k\,\omega_1/\omega = n_1\,2\,\pi\,,$$

waarin k een geheel getal is, evenals n_1, zodat $\omega_1/\omega = n_1/k = m$ een rationele breuk of een geheel getal moet zijn. Op grond van dezelfde overwegingen moet hetzelfde gelden voor $\omega_2/\omega = n_2/k = n$.

Afhankelijk van de grootte van Λ, kan n een even veelvoud van 2 zijn. Laten we onderstellen, dat dit het geval is, dan volgt uit (14), $A_2 = 0$, zodat (13) overgaat in:

$$i_0 = \frac{\hat{e}}{\omega \Lambda - \frac{1}{\omega C}} + B_2\,. \tag{16}$$

Verder volgt uit (9):

$$u_0 = -\frac{\hat{e}}{\omega^2 L C - 1} - \frac{A_1}{m \omega C}. \tag{17}$$

Invoering van A_1 en B_2 uit (16) en (17) in (10), (11) en (12), met inachtname van (15), doet ontstaan:

$$\psi' = \frac{L \hat{e} \sin \omega t'}{\omega L - \frac{1}{\omega C}} - m \omega L C \left(u_0 + \frac{\hat{e}}{\omega^2 L C - 1} \right) . \sin m \omega t' , \tag{18}$$

$$\psi' = \frac{L \hat{e} \sin \omega t'}{\omega \Lambda - \frac{1}{\omega C}} + L \left(i_0 - \frac{\hat{e}}{\omega \Lambda - \frac{1}{\omega C}} \right) \cos n \omega t' , \tag{19}$$

$$\begin{aligned} \omega L \hat{e} \cos \omega t' - m^2 \omega^2 L C \left(u_0 + \frac{\hat{e}}{\omega^2 L C - 1} \right) \cos m \omega t' = \\ = \frac{\omega \Lambda \hat{e} \cos \omega t'}{\omega \Lambda - \frac{1}{\omega C}} - n \omega \Lambda \left(i_0 - \frac{\hat{e}}{\omega \Lambda - \frac{1}{\omega C}} \right) . \end{aligned} \tag{20}$$

Uit (18) laat zich u_0 oplossen, terwijl i_0 volgt uit (19), waarna substitutie in (20) een impliciete goniometrische vergelijking in t' oplevert, waarvoor na enige rangschikking geschreven kan worden:

$$\begin{aligned} \omega \psi' \left(m \, cotg \, m \omega t' + \frac{m^2}{n^2} n \, tg \, n \omega t' \right) = \hat{e} \left\{ \left(\frac{1}{1 - n^2} - \frac{1}{1 - m^2} \right) \cos \omega t' + \right. \\ \left. + \left(\frac{m \, cotg \, m \omega t'}{1 - m^2} + \frac{n \, tg \, n \omega t'}{1 - n^2} \right) \sin \omega t' \right\} , \end{aligned} \tag{21}$$

indien men bedenkt, dat $m^2 \omega^2 L C = n^2 \omega^2 \Lambda C = 1$, zodat $\Lambda / L = m^2 / n^2$.

De oplossing van t' uit (21) gaat bezwaarlijk, doch aan de hand van enkele aan de practijk ontleende gegevens omtrent de waarde van m en n kan een benaderde waarde voor t_1 worden gevonden.

Voor een spoel met μ-metaal-kern werd bij benadering gevonden: $m^2 = 1/4$ en $n^2 = 400$, d.w.z. $L >> \Lambda$. Wordt verder

ingevoerd $\omega t' = z$, dan verkrijgt men uit (21) het benaderde verband:

$$\omega \psi' \left(\frac{1}{2} cotg \frac{z}{2} + \frac{1}{80} tg\, 20\, z \right) \approx \frac{4}{3} \sin^2 \frac{z}{2} - \frac{1}{20} tg\, 20\, z \,.\, \sin z \,.$$

Schrijft men thans $z = \pi/2 - \eta$, waarin $\pi > 20\,\eta > \pi/2$ dus $20\,\eta$ in het tweede quadrant gelegen is, dan ontstaat:

$$\omega \psi' \left\{ \frac{1}{2} cotg \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\eta}{2} \right) - \frac{1}{80} tg\, 20\, \eta \right\} = \hat{e} \left\{ \frac{4}{3} \sin^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\eta}{2} \right) + \frac{1}{20} tg\, 20\, z \,.\, \cos z \right\} .$$

Men kan hierin stellen $20\,\eta = \frac{\pi}{2} + \zeta$, waarbij $0 < \zeta < \pi/2$. Indien nu de amplitudo van de emk zodanig wordt gekozen, dat $\omega \psi' = \hat{e}$, dan wordt verkregen:

$$cotg\, \zeta \left\{ \frac{1}{80} + \frac{1}{20} \cos \left(\frac{\pi}{40} + \frac{\zeta}{20} \right) \right\} = \frac{4}{3} \sin^2 \left(\frac{19}{80} \pi - \frac{\zeta}{40} \right) - \frac{1}{2} cotg \left(\frac{19}{80} \pi - \frac{\zeta}{40} \right) .$$

Indien uit deze vergelijking ζ wordt opgelost, zal blijken, dat $\zeta \rightarrow \pi/2$, wat te danken is aan de grote waarde van n. Men heeft dus $20\,\eta \rightarrow \pi$ en derhalve $20\,z \rightarrow 9\,\pi$.

Men kan nu vragen naar de waarde van de stroom. Deze wordt gevonden uit (19), met $\omega \psi' = \hat{e}$, hetgeen oplevert:

$$i_0 = . - 9\, \psi'/L = 9\, i'' .$$

Uit dit resultaat is de volgende conclusie te trekken. Zodra $\hat{e}$ zo groot wordt gekozen, dat de knie in de karakteristiek wordt bereikt, kan in verband met de periodiciteit slechts een oplossing van de in het voorgaande besproken systeemvergelijking bestaan, indien in dit punt de stroom discontinu overgaat op een enkele malen grotere waarde. Dit verschijnsel laat zich identificeren met het welbekende kip-verschijnsel. Inderdaad worden daarbij experimenteel piekstroomwaarden gevonden, in grootte ongeveer overeenstemmende met de hierboven berekende.

Naarmate Λ kleiner wordt, zal de sprong groter worden, terwijl voor $\Lambda = 0$, voor i_0 de waarde ∞ zou worden gevonden.

§ 2.

Op grond van de aanname $\omega t' = z = \pi/2 - \eta$, waarbij

$\pi/20 > \eta > \pi/40$, is $\omega t' \approx \pi/2$. In verband hiermee zal slechts een klein gedeelte van de periode van de uiteindelijk resulterende trilling nodig zijn voor het doorlopen van het verzadigingsgebied van de karakteristiek.

Verder was aangenomen, dat $m^2 = 1/4$, dus dat de eigenfrequentie op het eerste deel van de karakteristiek correspondeert met die van de tweede subharmonische, terwijl $n^2 = 400$, zodat de eigenfrequentie in het verzadigingsgebied overeenkomt met die van de 20e bovenharmonische van de generatorfrequentie. Aangezien nu $L >> A$ zal de amplitudo van de vrije trillingen op het eerste deel van de karakteristiek aanzienlijk groter kunnen zijn dan in het verzadigingsgebied (hoewel dit niet strikt noodzakelijk is), terwijl deze trillingen bovendien zoals we juist zagen, vrijwel gedurende de gehele periode van invloed zijn. Op deze wijze is aanvaardbaar te maken, dat uiteindelijk een trilling met frequenties ω en ω_1 zal resulteren, indien wat betreft de component met frequentie ω_1 aan zekere voorwaarden aangaande de periodiciteit is voldaan.

Bij variatie van de waarde van de capaciteit kan een andere waarde van m en n worden verkregen. Op deze wijze kunnen verschillende subharmonischen worden gerealiseerd.

Bij deze subharmonische trillingen is dus essentieel, dat het trillingsverschijnsel zich hoofdzaak afspeelt op het onverzadigde gedeelte van de karakteristiek. De flux zal dan vrijwel uitsluitend zijn opgebouwd uit de twee harmonische componenten ω en $\omega_1 = m\,\omega$. Hierbij dringt zich een vergelijking op met de trillingsverschijnselen, die een vorige maal werden beschreven 3) en die optraden, nadat de trillingstoestand terugkipte, doordat de amplitudo van de emk werd verkleind.

Dat hier inderdaad sprake kan zijn van dezelfde subharmonischen, moge blijken uit de overweging, dat de met het terugkippen gepaard gaande verstoring van het systeem, aanleiding zal geven tot het optreden van vrije trillingen met een frequentie ω_1, die dus afhankelijk van de grootte van m, kunnen overeenstemmen met een subharmonische van de generatorfrequentie.

Dezelfde subharmonischen kunnen ook worden verkregen, door het plotseling inschakelen van de emk met een amplitudo van zodanige grootte, dat de knie van de karakteristiek juist wordt gepasseerd. (zie b.v. 6, 7, 8,)). Het is duidelijk, dat hier het inschakelverschijnsel verantwoordelijk is voor het voor de eerste maal aanstoten van de eigenfrequenties. Men zal hierbij

kunnen verwachten, dat de fase op het moment van inschakelen een rol zal spelen 9, 10).

In al deze gevallen echter, zullen slechts blijvende subharmonische trillingstoestanden optreden, indien de fasehoeken van de steeds opnieuw, door het overschrijden van de knie in de magnetiseringskromme aangestoten eigenfrequenties, zulks gedogen.

§ 3.

Een andere trillingstoestand zal ontstaan, indien de amplitudo $\hat{e}$ zodanig wordt vergroot, dat de trillingen voor het grootste gedeelte zich afspelen op de verzadigingstakken van de karakteristiek. In dat geval is dus $\omega t' \ll \pi/2$. Ook dan zal de trillingstoestand bij overschrijding van de knie kippen, doch de daarmee gepaard gaande verstoring zal thans zeer aanzienlijk zijn, zodat de vrije trillingen, die hiervan het gevolg zijn, in veel sterkere mate dan in het vorige geval, hun invloed zullen doen gevoelen.

In onze beschouwingen werd tot dusver afgezien van de invloed van weerstand en hysteresis. Op grond van de experimenten moet evenwel besloten worden, dat voor de nu beschouwde trillingstoestanden wel degelijk dissipatie in rekening moet worden gebracht, zodat de trillingen op de bovenste takken (die nu voor een groot deel van de periode werkzaam zijn) gedempt zullen zijn. Deze demping kan zo aanzienlijk zijn, dat de vrije trillingen vrijwel aperiodiek worden. De beginamplitudo van deze trillingen staat in verband met de met het kippen corresponderende verstoring. Deze trillingen treden op rondom het punt A' van de karakteristiek, dat direct na het kippen wordt bereikt (zie fig.). Indien zij een amplitudo verkrijgen van dusdanige grootte, dat in de negatieve helft van de eerste periode de knie wederom wordt gepasseerd, zal opnieuw een (zij het veel minder heftige) kiptoestand optreden, waardoor opnieuw een vrije trilling wordt geinitieerd, waarvan de amplitudo evenwel kleiner zal zijn. Ook deze vrije trilling kan op zijn beurt weer zo groot zijn, dat de knie wordt overschreden, waarna weer een kipverschijnsel kan volgen enz. Aangezien deze opvolgende kipverschijnselen steeds minder heftig worden, zal tenslotte een vrije trilling worden aangestoten, waarbij in de negatieve helft, de knie niet meer wordt gepasseerd, waardoor aan de reeks van kipverschijnselen een eind is gekomen.

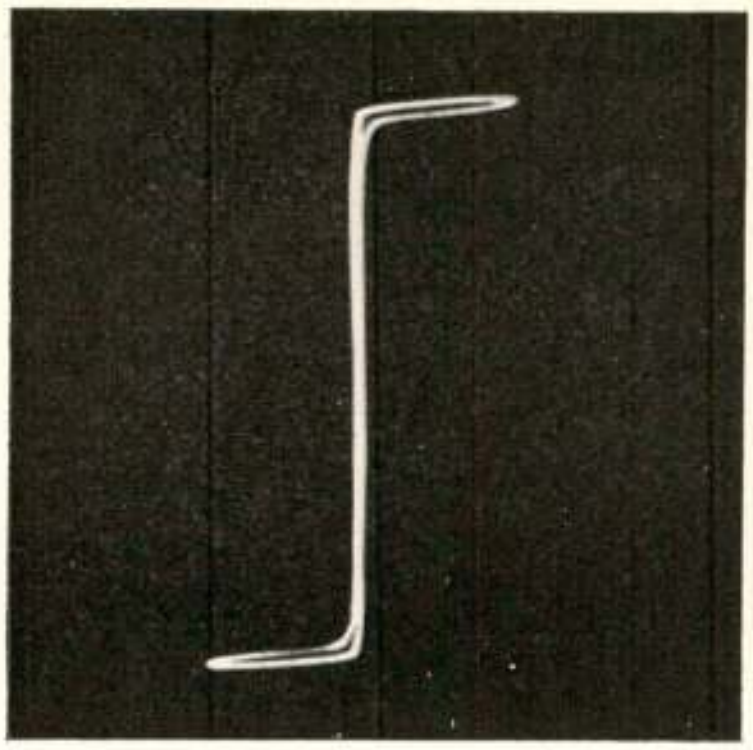
Vergroting van de emk zal de beginamplitudines van de na elke maal kippen optredende trillingen vergroten zodat op deze wijze weer nieuwe kipgrenzen kunnen worden verkregen.

In de tijd verlopende tussen twee opeenvolgende kiptoestanden, wordt in de karakteristiek een binnenlus doorlopen, die voor het grootste deel gelegen is in het verzadigingsgebied en slechts voor een klein gedeelte om de knie heenbuigt. In vroegere analytische beschouwingen (zie 3); formule 25) werd de periode van de optredende trillingen gegeven in een integraalvorm, welke vorm ook nu van toepassing is, indien men in de machtreeksontwikkeling voor het niet-lineaire verband een voldoend groot aantal termen medeneemt om de karakteristiek van het μ-metaal redelijk te benaderen. Hierin moet thans m — het aantal rondgangen om de vertakkingspunten — worden vervangen door een ander symbool m', om verwarring met de thans gedefinieerde $m^2 = 1/\omega^2 L C$ te vermijden. Indien men een dergelijke integraalvorm opstelt voor het geval dat de opgedrukte emk ongelijk nul is, kunnen meerdere paren reëele vertakkingspunten van de integrand worden gevonden, dan de punten $t = \pm 1$ alleen. Telkenmale, indien bij vergroting van $\hat{e}$ een aanvankelijk geconjungeerd complex of zuiver imaginair paar vertakkingspunten de reëele as bereikt, kan gesproken worden van het ontstaan van een nieuwe periode. Deze reëele periode kan worden verkregen, niet door m'-maal een contour te doorlopen om de vertakkingspunten $t = \pm 1$, doch door de contour te kiezen éénmaal om deze punten en verder rondom het paar juist ontstane reële vertakkingspunten. Elke volgende kiptoestand geeft zodoende aanleiding tot het ontstaan van een nieuwe reëele periode en daarmee tot het verschijnen van nieuwe binnenlussen.

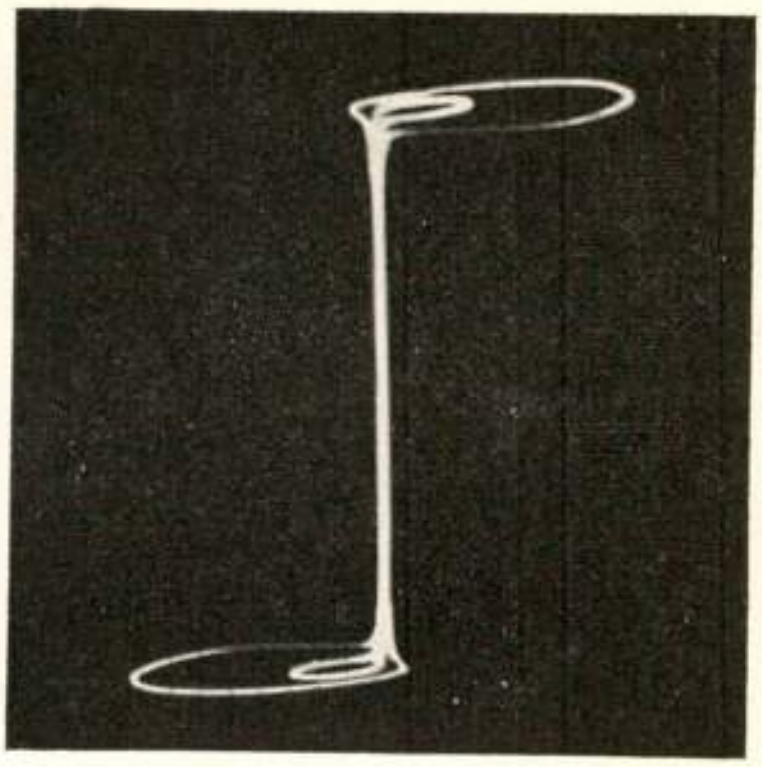
De zo juist besproken hogere kipgrenzen, waarvan reeds melding werd gemaakt in een vorige publicatie 3) laten zich op grond van het voorgaande in verband brengen met kippen van de vrije trillingstoestanden in het verzadigingsgebied in geval van grote amplitudines van de opgedrukte emk.

Van een en ander kan men zich een indruk vormen aan de hand van de oscillogrammen 3 en 4, die beide een periode van flux te zien geven, vlak voor resp. direct na het optreden van de derde kiptoestand, hetgeen tot uitdrukking komt in het verschijnen van een derde periode van de vrije trilling. Duidelijk komt het snel afnemende karakter in de grootte van opvolgende kiptoestanden tot uitdrukking. In de oscillogrammen 5

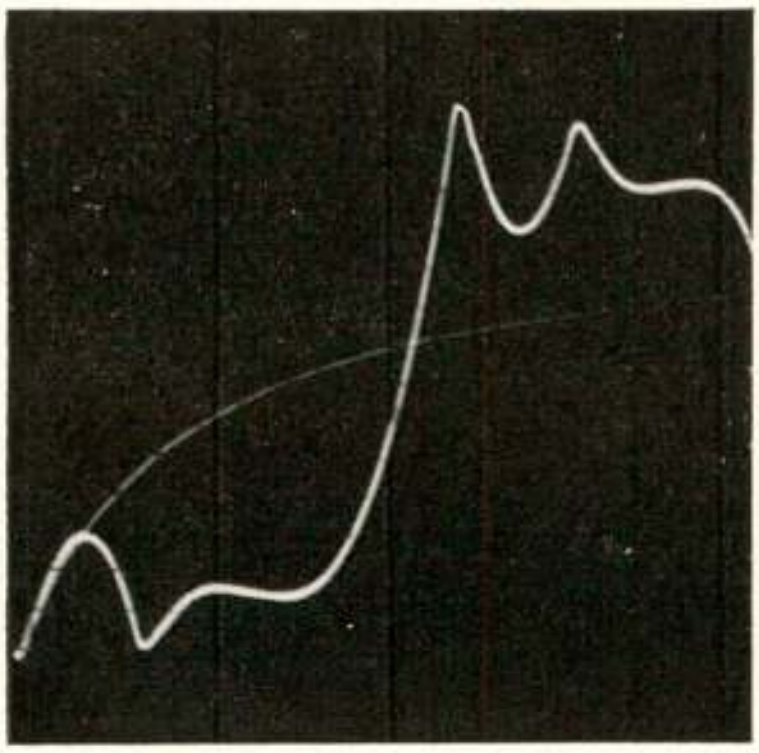
OSCILLOGRAMMEN



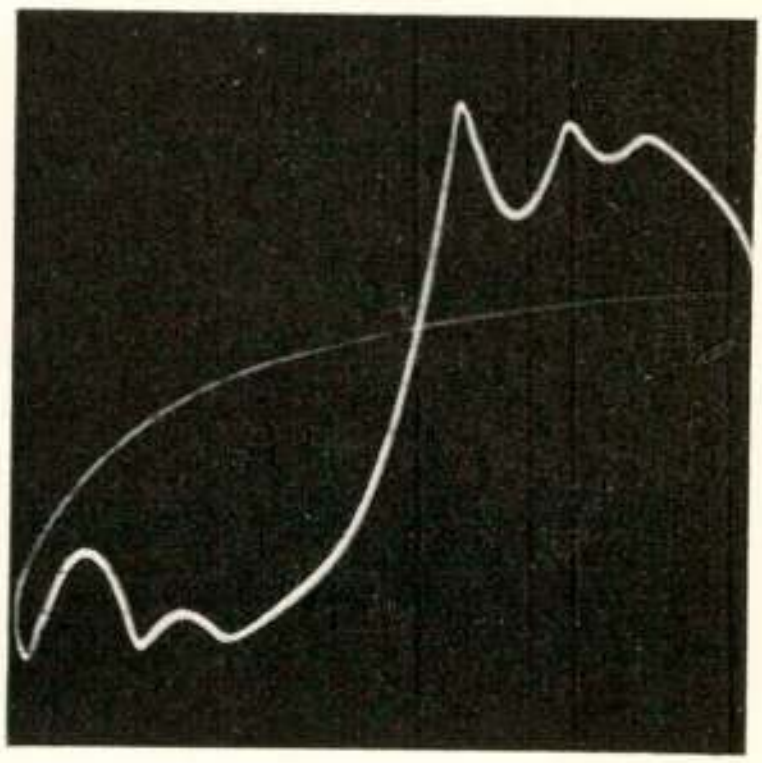
1



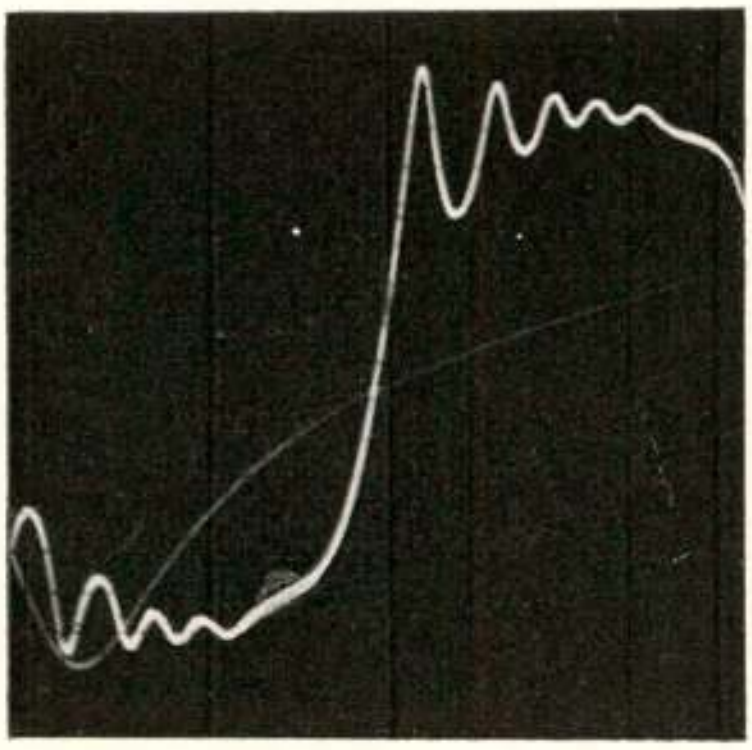
2



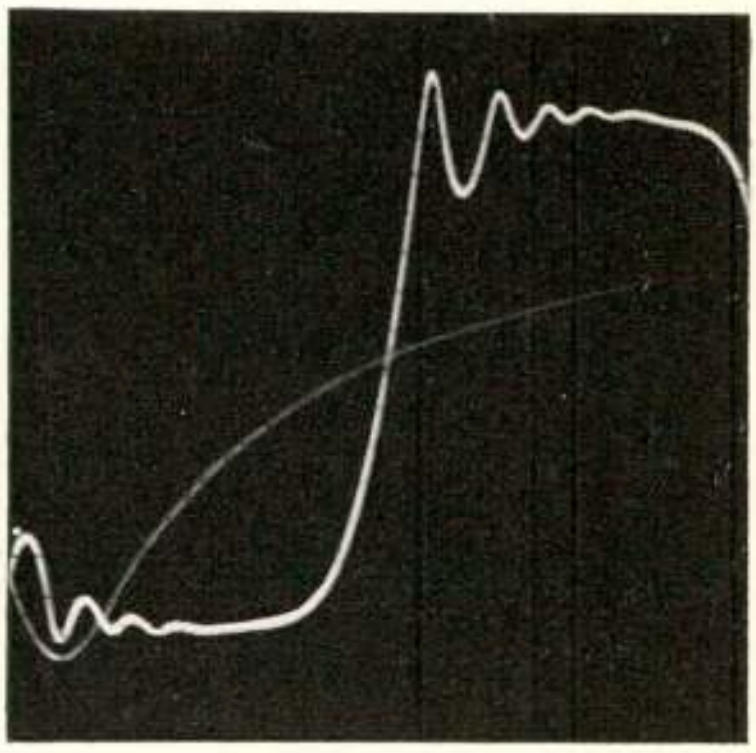
3



4



5



6

en 6 zijn nog enkele afbeeldingen gegeven bij een grotere waarde van $\hat{e}$, doch bij verschillende waarde van de weerstand in het circuit. Bij osc. 6 was de weerstand slechts enkele ohms groter dan bij osc. 5 wat blijkbaar een grote invloed heeft op de beginamplitudo van de vrije trillingen.

In osc. 2 is het ψ-i-verband voor een dergelijke trillingstoestand weergegeven. Hierop komt duidelijk naar voren, dat de dissipatie in het verzadigingsgebied voor het grootste deel zal moeten worden toegeschreven aan de hysteresis.

De vrije trillingen op het niet-verzadigde gedeelte van de karakteristiek, zullen in het hier beschouwde geval van zeer grote $\hat{e}$, slechts gedurende een fractie van de periode van invloed kunnen zijn; op grond van het experiment blijkt deze invloed evenwel verwaarloosbaar.

§ 4.

Tenslotte vestigen we nog de aandacht op de trillingstoestanden, die het gevolg zijn van een emk, waarvan de amplitudo tussen de onder §§ 2 en 3 besproken grensgevallen is gelegen. Daarbij zullen in het algemeen de vrije trillingen op beide takken van de karakteristiek van invloed zijn, waardoor deze trillingen, bij afwezigheid van voldoende dissipatie, op elkaar zullen inwerken. In het algemeen zal daarom aan de periodiciteitsvoorwaarden ter plaatse van de knie niet kunnen worden voldaan, zodat in zulk een geval geen periodieke trilling resulteert. Bij deze spanningen zijn dus instabiele trillingstoestanden te verwachten, welke toestanden vroeger eveneens reeds werden gerapporteerd. 3)

Eerst wanneer een deelbare verhouding bestaat tussen de eigenfrequenties onderling en de generatorfrequentie, zal een periodieke trilling het gevolg kunnen zijn.

Vroeger was er eveneens reeds sprake van, dat subharmonischen van verschillende orde konden optreden, al naar gelang de grootte van $\hat{e}$ en de waarde van de capaciteit. Uit onze zojuist gegeven beschouwingen (§ 1) zou men echter uitsluitend tot het voorkomen van een subharmonische met rangnummer m kunnen besluiten.

In werkelijkheid wijkt echter de karakteristiek, ook op de door ons lineair gedachte takken, van het lineaire verband af, terwijl verder de knie in feite geen discontinuiteit is.

Neemt men dit in aanmerking, dan ziet men onmiddellijk in,

dat het kippunt niet langer ondubbelzinnig bepaald is. Het kippen zal blijven plaats hebben in een punt van de „knie" van de karakteristiek, doch men heeft thans onder „knie" te verstaan, dat gedeelte van de karakteristiek, waarvan de helling (d.i. de differentiële zelfinductie) zeer snel verandert. Naar gelang de grootte van $\hat{e}$ en de waarde van de capaciteit, zal kippen optreden in een ander punt. De als gevolg daarvan optredende eigenfrequenties zijn dus niet langer uitsluitend bepaald door de hellingen L en Λ van de (quasi-)lineaire gedeelten van de karakteristiek, doch voor een gedeelte ook door de differentiële zelfinductie ter plaatse van het kippunt.

Men kan dus op geen der takken met scherpte een „eigenfrequentie" definieren, daar deze samenhangt met de amplitudo. Over deze amplitudo-afhankelijkheid zijn reeds publicaties verschenen van de hand van Biermanns 11, 12).

Op grond van het voorgaande is in te zien, dat bij opvoering van de waarde van $\hat{e}$, doch bij eenzelfde waarde van de capaciteit, subharmonische trillingstoestanden van verschillend rangnummer kunnen optreden. In het algemeen zullen deze toestanden afgewisseld worden door instabiele toestanden, aangezien dan niet wordt voldaan aan de periodiciteits-eisen ter plaatse van de „knie".

Literatuur

1) G. J. Elias en H. Miedema, T. Ned. Radiogen. XI (1946), p. 141.
2) G. J. Elias, id. XIII (1948), p. 37.
3) G. J. Elias en S. Duinker, id. XIV (1949), p. 163.
4) A. Bogajian, Gen. Electr. Rev. **34** (1931), pp. 531 en 745.
5) I. Travis en C. N. Weygandt, Transact. A.I.E.E. **57** (1938), p. 423.
6) E. Rouelle, Rev. Gén. de l'El. **36** (1934), pp. 715, 763, 795, 841.
7) J. D. McCrumm, Transact. A.I.E.E. **60** (1941), p. 533.
8) J. Fallou, Rev. Gén. de l'El. **19** (1926), p. 987.
9) S. J. Angello, Transact. A.I.E.E. **61** (1942), p. 625.
10) C. F. Spitzer, J. Appl. Phys. **16** (1945), p. 105.
11) J. Biermanns, Arch. f. El. **3** (1915), p. 345.
12) J. Biermanns, id. **10** (1922), p. 30.

Tijdschrift van het Nederlands Radiogenootschap

Piëzo-electrische elementen in de telecommunicatie techniek

door J. J. Vormer

Voordracht gehouden voor het Nederlands Radiogenootschap op 12 Mei 1950

SUMMARY

A survey is given of the properties of piëzo-electric elements for telecommunication purposes. Special attention is paid to those points which are of interest to the user of piëzo-electric elements, so that he may know the possibilities as well as the restrictions.

Some remarks are made concerning the electric equivalent circuit, the reason for using piëzo-electric elements in oscillators and filters and the different piëzo-electric materials. Furthermore some general properties of quartz crystal plates are outlined and methods are indicated for saving raw material.

Next the special demands to be made on a quartz plate are dealt with more in detail. The following properties are considered ; frequency, spurious resonances, temperature coëfficient of frequency, dependance on atmospheric pressure and humidity, selfinductance, capacity-ratio, damping, stability and aging, activity, and maximum safe crystal current.

For a number of frequently used quartz crystal cuts, these properties are summarized in two tables.

Inleiding

Piëzo-electrische kristallen worden in de telecommunicatie techniek, in het bijzonder voor oscillatoren en filters, in steeds toenemende mate gebruikt. Veelal wordt daarbij het piëzo-electrische element als electrische tweepool in de schakeling opgenomen ; er zijn echter ook een aantal gevallen, waarbij het piëzo-electrische element als electrische vierpool dienst doet.

De reden, waarom men in bepaalde gevallen in een schakeling bij voorkeur gebruik maakt van een piëzo-electrisch element is, dat het moeilijk en vaak zelfs onmogelijk is met electrische middelen, d.w.z. met behulp van spoelen, condensatoren en weerstanden, dezelfde eigenschappen te verkrijgen, die met een piëzo-electrisch element bereikbaar zijn. Kenmerkend is b.v. het

uiterst geringe decrement van een piëzo-electrisch element, een eigenschap die het trouwens met vele andere mechanische systemen gemeen heeft. Verder zijn de karakteristieke grootheden praktisch onafhankelijk van uitwendige invloeden, in het bijzonder van de temperatuur, terwijl ze ook op de lange duur weinig verandering ondergaan.

Anderzijds zijn aan de toepassing van piëzo-electrische elementen in electrische schakelingen een aantal beperkingen verbonden. Deze zijn ten dele van technische, ten dele ook van economische aard. De technische beperkingen zullen nog nader besproken worden, omtrent de economische kan opgemerkt worden, dat piëzo-electrische materialen, vooral in grote afmetingen, duur zijn terwijl, afhankelijk van de gewenste eigenschappen, ook de fabricage soms hoge kosten meebrengt.

Vervangings-schema

Beschouwt men de eigenschappen van een piëzo-electrisch element in de omgeving van een resonantie-frequentie, dan kan

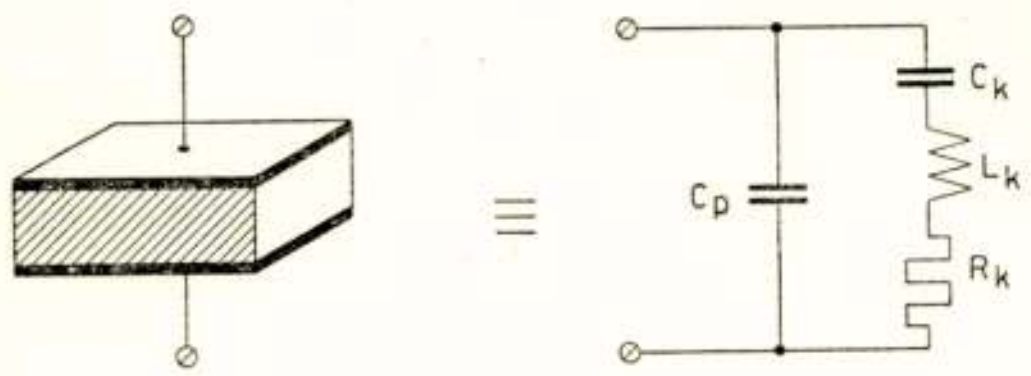


Fig. 1.
Ook indien een luchtspleet aanwezig is geldt dit vervangingsschema, echter ondergaan de waarden van de electrische grootheden hierdoor een verandering.

men voor de tweepool het in fig. 1 weergegeven electrische vervangingsschema optekenen. Voor de vierpool gelden verschillende vervangingsschema's, afhankelijk van de wijze waarop de vier electroden paarsgewijze tezamen worden genomen. Een van de mogelijkheden is in fig. 2 voorgesteld. Voor de andere mogelijkheden gelden dergelijke vervangingsschema's. Men ziet dat de configuratie van elementen uit fig. 1 ook optreedt als een onderdeel van fig. 2. Deze configuratie bevat een tak, die gevormd wordt door de statische capaciteit van de electroden C_p, eventueel vermeerderd met strooicapaciteiten; parallel daaraan is geschakeld een tak die met de mechanische eigenschappen

van het plaatje samenhangt, en die bestaat uit een serie-schakeling van een zelfinductie, een capaciteit en een weerstand, resp. L_k, C_k en R_k.

De reactantie van de tweepool als functie van de frequentie

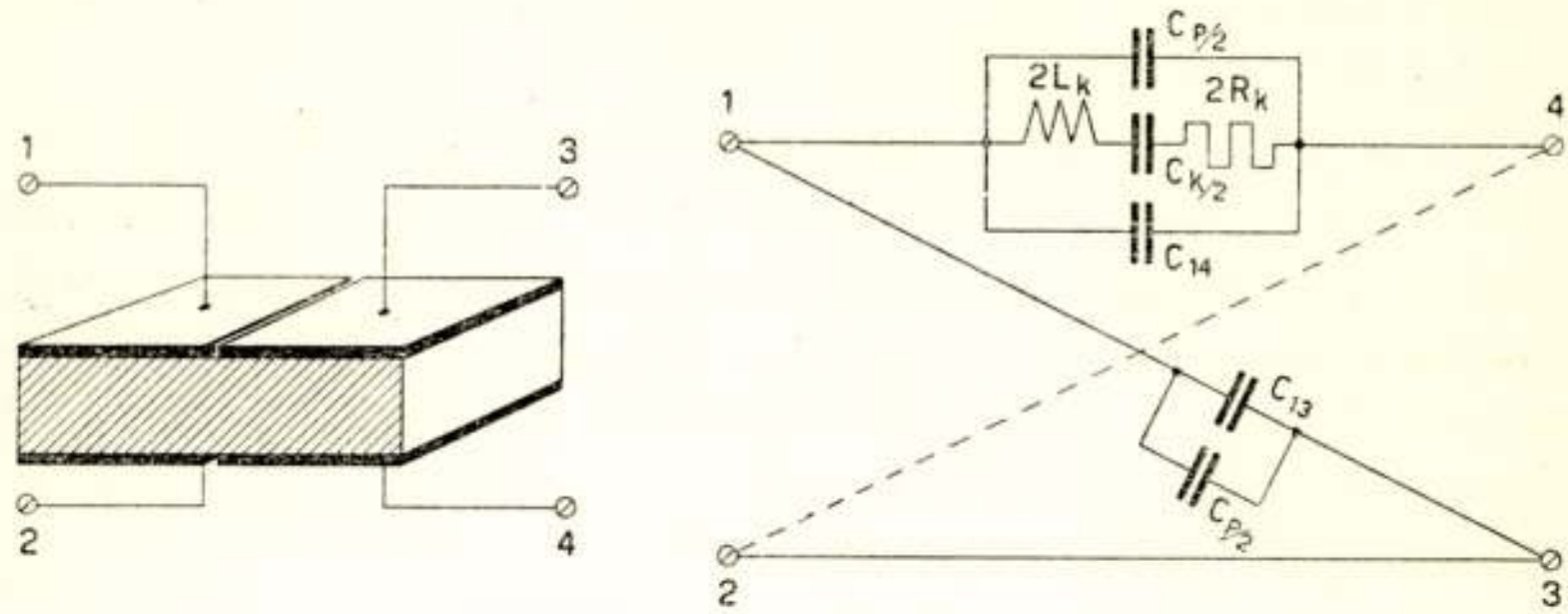


Fig. 2.

is voor te stellen als aangegeven in fig. 3. Men ziet uit deze laatste figuur, dat de schakeling van fig. 1 twee bijzondere frequenties heeft, n.l. de serie-resonantie frequentie ω_s, die practisch uitsluitend afhangt van de grootheden uit de „mechanische" tak van het vervangingsschema, n.l. van L_k en van C_k, en daarnaast de parallel-resonantie frequentie ω_p, die boven-

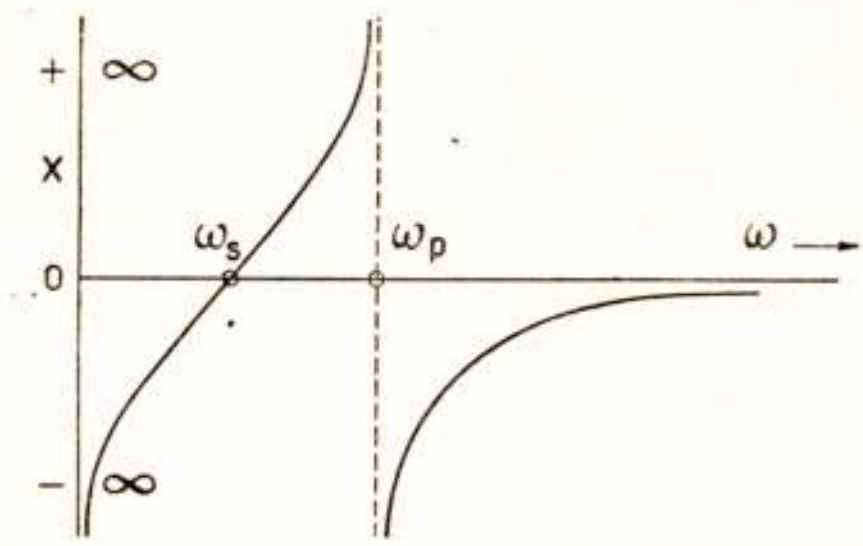


Fig. 3.

dien nog van C_p afhangt. Aangezien C_p ten dele veroorzaakt wordt door allerlei onzekere factoren, is de parallel-resonantie frequentie ω_p niet bepalend voor het piëzo-electrische element.

De waarden van de grootheden in deze vervangingsschema's wijken aanzienlijk af van wat men bij electrische realisaties gewend is, en wel in zoverre, dat C_k in het algemeen zeer klein is, en L_k zeer groot. Teneinde een denkbeeld te geven

van de orde van grootte zij hier vermeld, dat b.v. bij kwarts C_k van de orde van 0,01 $\mu\mu F$ kan zijn, en L_k van de orde van 100 H. Vanzelfsprekend is steeds $\omega_s^2 = 1/L_k C_k$. De grootte van R_k is steeds zodanig dat $Q = \omega_s L_k/R_k$ groot wordt. Practische waarden zijn $Q = 10^4 - 10^6$.

Toepassing in oscillatoren

De toepassingen van piëzo-electrische elementen in de telecommunicatie-techniek hebben voornamelijk betrekking op oscillator- en filterschakelingen. Het is interessant na te gaan waarom dit geschiedt.

Elke oscillator-schakeling kan men zich denken te bestaan uit twee delen n.l. een versterker-deel en een frequentie-bepalend

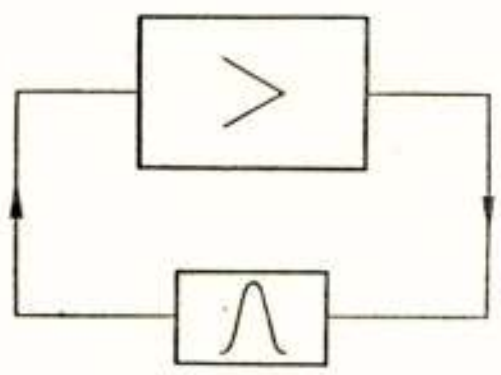


Fig. 4.

deel, zie fig. 4. Zoals bekend stellen amplitude en frequentie van een oscillator zich automatisch zodanig in, dat de rondgaande versterking 1 bedraagt, terwijl de corresponderende faze-draaiïng 0 of een even aantal malen π is. De eerste voorwaarde heeft voornamelijk betrekking op de amplitude van de gegenereerde wisselspanning, de tweede voornamelijk op de frequentie. Wenst men nu een bijzonder constante frequentie, dan is het gunstig, dat de faze-draaiïng als functie van de frequentie in het versterker-deel weinig verloopt, en in het frequentie-bepalende deel veel. In het versterker-deel immers zal in het algemeen de genoemde functie afhangen van buisconstanten, voedingsspanningen en dergelijke, terwijl in het frequentie-bepalende deel, dat een passief netwerk is, zulks niet het geval is. Het is derhalve gunstig, b.v. door toepassen van negatieve terugkoppeling, in samenwerking met een amplitude-bepalend element, de faze-draaiïng van het versterkerdeel in het gebruikte frequentie-gebied zo klein mogelijk te maken, en tegelijk de

faze-draaïïng in het frequentie-bepalende deel zo groot mogelijk.[1]) Bovendien moet natuurlijk de frequentie, waarbij de grote $\frac{d\varphi}{d\omega}$ optreedt, een goed gefixeerde waarde hebben.

Waar zoals reeds hiervoor opgemerkt is, de Q van een kwartselement zeer hoge waarden kan verkrijgen, waarmee een zeer steil verloop van de faze-frequentie karakteristiek samen gaat, is het duidelijk, dat voor oscillatoren, waarbij hoge frequentieconstantheid een eerste vereiste is, kwartskristallen als frequentie bepalende elementen aangewezen zijn; in het bijzonder, omdat daarbij door juiste dimensionering en fabricage de kristaleigenschappen tevens in hoge mate onafhankelijk gemaakt kunnen worden van uitwendige invloeden en van de tijd, iets wat bij electrische en ook bij andere mechanische systemen in veel geringer mate het geval is.

Men kan zich afvragen of er behalve kwarts, andere piëzoelectrische kristallen zijn, die mogelijk gunstiger eigenschappen als oscillator-kristallen zouden bezitten.

In dit verband wordt opgemerkt, dat de eigen frequentie van een plaatje steeds is aan te geven in een formule van de vorm:

$$f = \varphi \cdot \sqrt{\frac{E}{\varrho}}$$

waarin φ de dimensie van een lengte^{-1} heeft, terwijl E een elastische constante is en ϱ de dichtheid. Men kan voor de wortelvorm ook schrijven:

$$\sqrt{\frac{E}{\varrho}} = v$$

waarbij v de voortplantings-constante is van de acoustische trilling in het materiaal.

Teneinde bij hoge frequenties niet te vervallen in plaatjes van onhandelbaar kleine afmetingen, heeft het dus voordeel te zoeken naar stoffen waarvoor v een hoge waarde heeft. Vanzelfsprekend moet bij die stoffen ook Q behoorlijk groot zijn.

---

[1]) Men zie hiervoor ook: E. J. Post en H. F. Pit „Algemene principes bij het ontwerpen van oscillatoren". Het P.T.T.-bedrijf, deel III, No. 1.

Toepassing in filters

Er zijn twee redenen waarom men kristallen in electrische filters toepast:

1e. Men kan met behulp van kristallen uitstekende kringen vormen met hoge *Q's*, ook bij bijzonder grote waarden van de zelfinductie. Het is electrisch dikwijls onmogelijk dergelijke grote zelfinducties te realiseren, aangezien de verliezen en vooral ook de eigen capaciteit van de spoel aanleiding tot moeilijkheden geven.

2e. Bij relatief smalle filters komt de eis van een behoorlijke stabiliteit steeds meer naar voren, en bij kristalfilters is aan die eis betrekkelijk eenvoudig te voldoen; in het bijzonder verandert bij een kristalfilter de doorlaat weinig of niet met de temperatuur en met de tijd. Filters met zeer smalle doorlaat zijn dan ook practisch alleen als kristalfilter behoorlijk te verwezenlijken.

Voor die frequentie-gebieden, waarvoor men goede filterkristallen kan maken, hebben condensatoren meestal nog geringe verliezen; bij spoelen zijn de verliezen als regel niet meer te verwaarlozen. Men kan in dit verband twee hoofdgroepen van kristalfilters onderscheiden, n.l. die uitsluitend samengesteld met behulp van kristallen en condensatoren, en die waarbij bovendien ook nog spoelen gebruikt worden.

De eerste zijn veelal aantrekkelijker; ze hebben evenwel een beperkter doorlaatgebied. Noemt men de bandbreedte van het filter $2 \triangle \omega$ en de gemiddelde frequentie ω_0 dan geldt voor de maximaal bereikbare relatieve bandbreedte de betrekking:

$$\frac{2 \triangle \omega}{\omega_0} \leq \frac{2 (\omega_p - \omega_s)}{\omega_0} = \frac{C_k}{C_p} = A \frac{E d^2}{\varepsilon}$$

waarin A een numerieke constante is, die afhangt van de trillingswijze, d is een piëzo-electrische modulus, E een elastische constante en ε de diëlectrische constante. De met dit type filter maximaal bereikbare bandbreedte hangt derhalve uitsluitend van de factor C_k/C_p af, en deze is blijkens bovenstaande formule een materiaal-constante. Deze materiaal-constante is afhankelijk van de richting, maar voor elke piëzo-electrische stof bestaat een bovenste grens voor de maximaal bereikbare relatieve bandbreedte.

Bij de gunstigste, voor filterkristallen bruikbare, kwartssnede bedraagt de factor C_p/C_k ongeveer 120, indien men de electroden direct op het kwarts aanbrengt en de kristalvlakken ten volle benut. Men vindt derhalve bij kwarts voor de grootste relatieve bandbreedte $\approx 0{,}8\%$. Voor andere oriëntaties is de bereikbare bandbreedte nog geringer, zoals uit tabel I volgt. Bij andere piëzo-electrische kristallen zijn soms betere resultaten te verkrijgen. Onderstaand lijstje illustreert dit:

Materiaal	Maximaal bereikbare relatieve bandbreedte
Kwarts	ongeveer 0,8%
KH_2PO_4	„ 1,0%
$(NH_4)H_2PO_4$ of ADP	„ 8,0%
EDT	„ 3,0%

Men kan bandbreedten, groter dan de hiervoor vermelde, verkrijgen, door in het kristalfilter spoelen op te nemen; evenwel introduceert men hiermee verliezen. Door een speciale schakeling toe te passen kan men er voor zorgen, dat deze verliezen opgenomen worden in de afsluitweerstand. Dit laatste is echter alleen mogelijk zolang de verliezen klein zijn. Verder kan ook hier de eigen capaciteit van de spoel weer aanleiding tot moeilijkheden zijn. Hoe breder echter het kristalfilter „van nature" is, des te kleiner kan de spoel zijn om de gewenste brede band te verkrijgen. In dit opzicht zijn de hiervoor genoemde materialen dus boven kwarts te verkiezen.

Piëzo-electrische materialen

Piëzo-electriciteit is een eigenschap van de gekristalliseerde stof. De vraag komt derhalve naar voren, welke stoffen geschikt zijn om piëzo-electrische elementen te leveren. Deze stoffen moeten dan vanzelfsprekend in de vorm van enkelvoudige kristallen, van niet al te geringe afmetingen, beschikbaar zijn.

Met de in de natuur voorkomende stoffen, is men in deze snel aan een eind. Een uitgebreid onderzoek heeft n.l. aangetoond, dat van alle in de natuur voorkomende gekristalliseerde stoffen, er practisch maar twee in aanmerking komen n.l. kwarts en toermalijn, waarvan de laatste, tengevolge van de hoge kosten, feitelijk reeds onbruikbaar is. Er zijn weliswaar nog vele andere piëzo-electrische mineralen, doch deze komen steeds in slechts kleine afmetingen voor. Het is dan ook logisch, dat veel van

het werk op piëzo-electrisch gebied zich geconcentreerd heeft op kwarts, temeer daar deze stof mechanisch in veel opzichten bijzonder gunstige eigenschappen heeft. Een bezwaar is natuurlijk, dat kwarts, geschikt voor piëzo-electrische toepassingen, slechts op bepaalde plaatsen op aarde gevonden wordt, o.a. in Brazilië en Madagaskar, terwijl grote stukken — van enige kilogrammen — zeldzaam en dus duur zijn.

Vooral van militaire zijde is men voor grondstoffen niet graag op het buitenland aangewezen, vandaar dat allerwegen gezocht is naar kunstmatige vervangingsstoffen. Daarbij is tevens de vraag opgeworpen, of het wellicht mogelijk is niet alleen gelijkwaardige, maar zelfs betere stoffen te vinden dan natuurlijk kwarts. Wat men in dit geval onder „beter" moet verstaan, is niet voor alle toepassingen hetzelfde. Wil men piëzo-electrische elementen in filters toepassen, bij niet hoge frequenties (draaggolftelefonie), dan heeft het, blijkens het voorgaande, voordeel te zoeken naar stoffen, waarbij de verhouding $\frac{C_k}{C_p}$ zo groot mogelijk is. Worden de piëzo-electrische elementen gebruikt in oscillatoren voor hoge frequenties, dan treden andere eigenschappen meer op de voorgrond, o.a. naast een hoge waarde van Q, de temperatuur-onafhankelijkheid en een hoge voortplantingsconstante van de ultra-acoustische trilling. Voor beide soorten toepassingen is de afwezigheid van nevenresonanties van belang. Bij filterkristallen kunnen deze n.l. aanleiding geven tot extra spergebieden in de doorlaat of extra doorlaatgebieden in het spergebied. Bij oscillator kristallen kunnen nevenfrequenties directe storing van de hoofdresonantie veroorzaken.

Het onderzoek naar deze vervangingsstoffen is nog geenzins beëindigd; toch zijn reeds enige opmerkelijke resultaten bereikt:

1e. Men is er in geslaagd synthetisch kwarts te vervaardigen, dat vanzelfsprekend gebruikt kan worden voor al die toepassingen, waarvoor men thans het natuurlijke kwarts gebruikt. De fabricage is tot nu toe kostbaar en vergt vrij veel tijd, maar mogelijk zullen deze bezwaren in de toekomst verminderen.

2e. Voor filterkristallen, zoals die bij draaggolf-telefonie gebruikt worden, is in zekere zin een oplossing gevonden in stoffen als *EDT*, *ADP* e.d. Deze stoffen vormen uit waterige oplossingen kristallen, die gunstige piëzo-electrische eigenschappen hebben — de verhouding $\frac{C_k}{C_p}$ is beter dan bij kwarts — echter zijn de mechanische eigenschappen niet bizonder goed.

3e. Voor oscillator-kristallen, in het bizonder voor die van hoge frequentie, schijnt men nog allerwegen te zoeken. Als mogelijk gunstige stoffen worden o.a. genoemd: kunstmatige Niphelin, kunstmatige Montmorilloniet, en kunstmatig berylliumoxyd. Omtrent de resultaten is nog betrekkelijk weinig bekend. Opmerkelijk is wel dat men blijkbaar in de richting van de kunstmatige mineralen zoekt.

4. Nog dient opgemerkt te worden, dat men met een geheel andere groep van stoffen, waarvan b.v. barium- en strontiumtitanaat voorbeelden zijn, mogelijk piëzo-electrische elementen kan samenstellen. Deze stoffen worden in polykristallijne vorm gebruikt, en zijn als zodanig niet piëzo-electrisch. Ze zijn echter sterk electro-strictief, terwijl ze bovendien ferro-electrische eigenschappen hebben. De combinatie van deze eigenschappen maakt de stoffen van deze groep geschikt voor gebruik als piëzo-electrisch element, doch omtrent de practische toepassingen zijn nog weinig gegevens beschikbaar.

Uit het voorgaande blijkt wel, dat het natuurlijke kwarts voorlopig nog een van de belangrijkste uitgangsmaterialen voor piëzo-electrische elementen in de telecommunicatie techniek is. We zullen ons in het volgende dan ook voornamelijk tot dit materiaal beperken.

Enige eigenschappen van kwarts

Allereerst dient iets vermeld te worden omtrent de vorm waarin het kwarts voorkomt, en omtrent de namen die aan de diverse sneden worden gegeven. Het voor piëzo-electrische doeleinden gebruikte z.g. α-kwarts is silicium-dioxyde, dat op een bepaalde manier gekristalliseerd is. Dit α-kwarts is beneden 572° C stabiel. Het kan in twee modificaties voorkomen n.l. als rechts-draaiend en als links-draaiend α-kwarts. Fig. 5 geeft een afbeelding van deze beide modificaties voor geidealiseerde kristallen.

De Z-as noemt men de optische as, de X-as de electrische as, en de Y-as de mechanische as. Een plaatje, waarvan het grootste vlak loodrecht op de X-as staat heet een X-snede, staat het grootste vlak loodrecht op de Y-as, dan spreekt men van een Y-snede enz.

Voor technische doeleinden wordt veel gebruik gemaakt van plaatjes, die niet loodrecht op de X- of op de Y-as staan, doch

waarvan de normaal in het Y-Z vlak ligt en een bepaalde hoek met de Z-as maakt. Men duidt dergelijke plaatjes in het algemeen aan als „om de X-as gedraaide Y-sneden" of Y'-sneden.

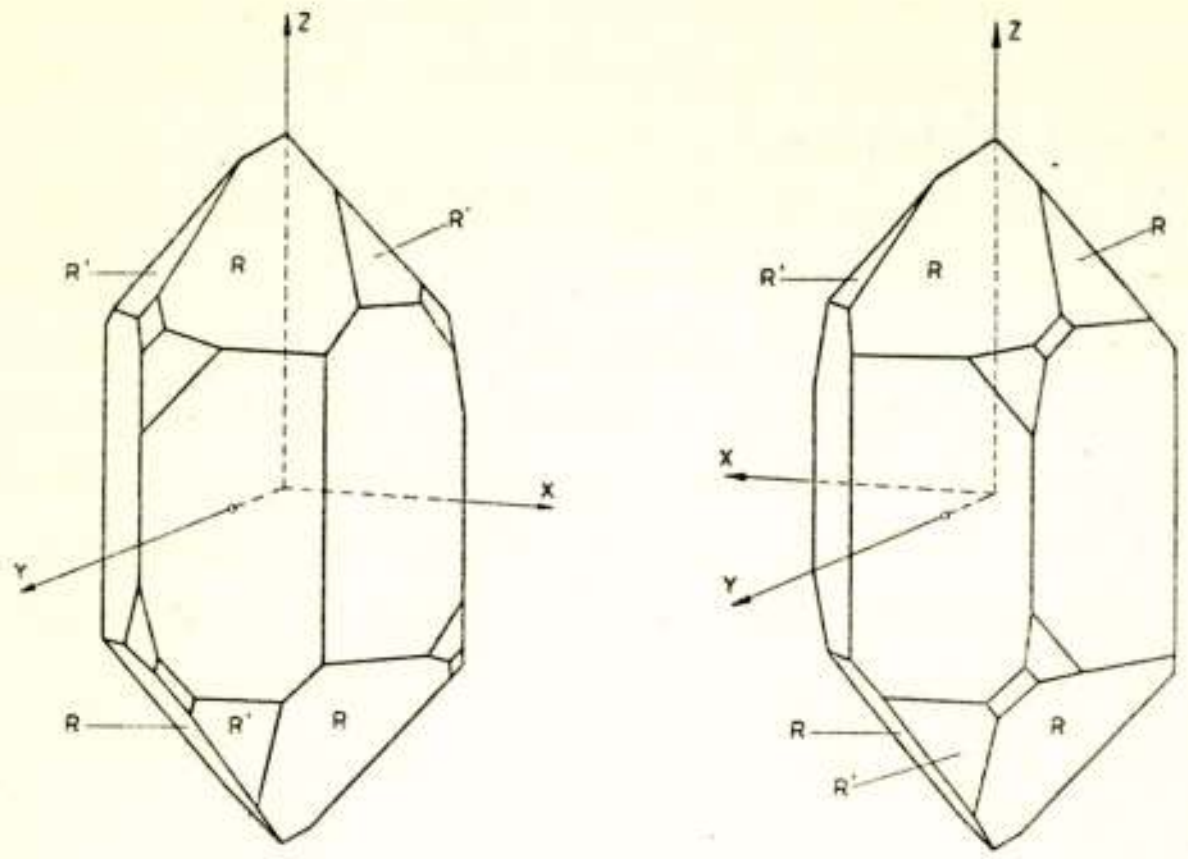


Fig. 5.

In fig. 6 zijn de hoeken voor enige van de meest gebruikte Y'-sneden weergegeven. De getekende lijnen zijn de snijlijnen van de vlakken, waarin de diverse plaatjes liggen, met het YZ-vlak.

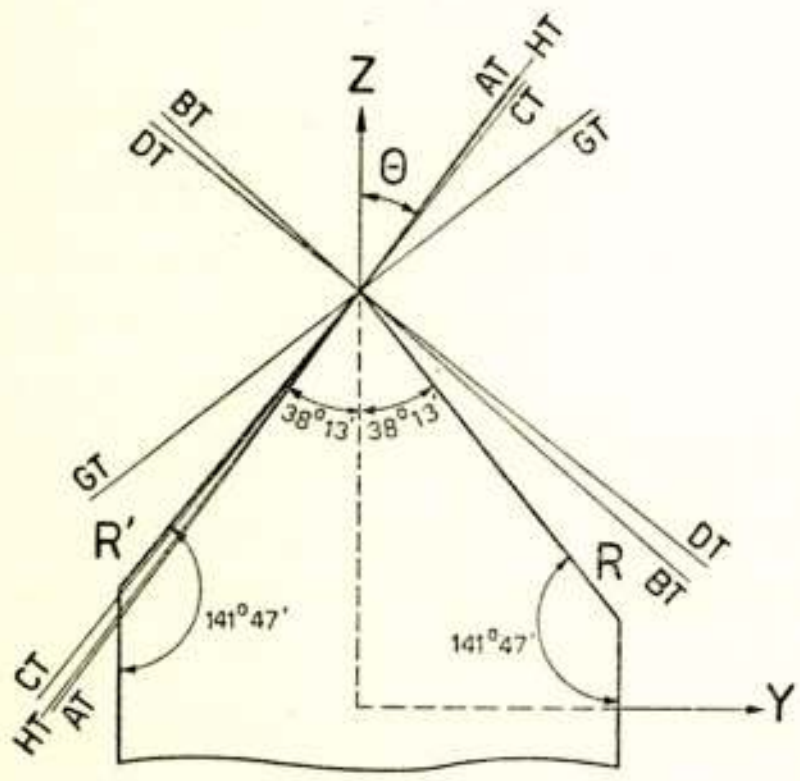


Fig. 6.

AT-snede	$\Theta = +35^0,15'$	
BT- „	$= -48^0,50'$	
CT- „	$= +37^0,30'$	
DT- „	$= -51^0,45'$	
GT- „	$= +51^0,30$	($\pm 45^0$ gedraaid in eigen vlak)
HT- „	$= +36^0$	

AT-, BT-, CT-sneden, enz. zijn speciale Y'-sneden, die gekenmerkt zijn door een lage temperatuur-coëfficiënt.

Bij andere plaatjes maakt de normaal hoeken met alle drie de assen; fig. 7 geeft daarvan enige voorbeelden.

Bij zijn vele goede eigenschappen heeft het natuurlijke kwarts o.a. het nadeel, dat enkelvoudige kristallen practisch niet voorkomen. De meeste stukken kwarts, die men zo op het eerste gezicht voor een enkel kristal zou verslijten, blijken uit meer dan één individu te bestaan, z.g. tweelingen. Deze tweelingen kunnen nog weer van tweeërlei aard zijn, n.l. optische tweelingen, waarbij het stuk kwarts bestaat uit twee individuen, waarvan het ene uit links- en het andere uit rechts-draaiend kwarts bestaat, of wel electrische tweelingen, waarbij beide individuen dezelfde draairichting hebben, en evenwijdige Z-assen, doch waarbij de electrische assen tegengesteld gericht zijn.

De beste methode om na te gaan of een stuk kwarts tweelingen bevat bestaat in het etsen b.v. met behulp van fluoorwaterstof. Doordat de verschillende kristallen, waaruit een stuk

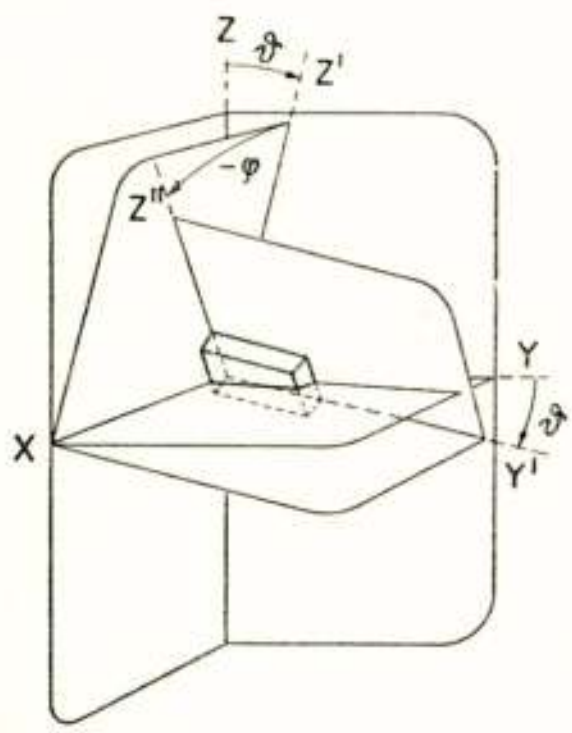


Fig. 7.
MT-snede $\vartheta = +5^0$
$\varphi = \pm 40^0$
NT- „ φ en ϑ zijn functies van breedte en lengte, die men kiest in verband met de frequentie en impedantie van het kristal.

natuurlijk kwarts bestaat, na etsing, het licht op verschillende wijzen terugkaatsen, worden op elk oppervlak van het kwartsblok de tweeling-kristallen macroscopisch direct zichtbaar. Zie foto a.

Methoden om het gebruik van ruw kwarts te beperken.

Men moet ervoor zorgen, dat het uiteindelijke piëzo-electrische plaatje geen tweelingen bevat m.a.w. al die delen die niet van gelijke oriëntatie zijn, moeten verwijderd worden. Men raakt zodoende van het toch reeds kostbare materiaal nog een aanzienlijk deel kwijt en het is dan ook begrijpelijk, dat het niet aan pogingen ontbroken heeft, dit verlies te beperken.

Men kan hiertoe verschillende wegen inslaan:

1e. Soms kan men een kwartsblok dat tweelingen bevat, zodanig verdelen, dat de stukken voldoende groot zijn, om uit elk daarvan piëzo-electrische elementen te maken. Deze wijze

van doen kan zowel voor optische als voor electrische tweelingen toegepast worden.

2e. Men zal er in het algemeen naar streven een bepaald piëzo-electrische element te maken met behulp van zo weinig mogelijk materiaal, natuurlijk met behoud van de voor het plaatje specifieke eigenschappen. Dat men door een verstandige keuze soms veel materiaal kan besparen, moge uit het volgende voorbeeld blijken:

Wanneer een oscillator-kristal verlangd wordt van omstreeks 500 kHz, kan men daarvoor kiezen een z.g. *AT*-snede. De dikte van het kristal bepaalt dan voornamelijk de frequentie, terwijl de diameter groot ten opzicht van de dikte moet zijn. Gunstige afmetingen zijn in dit geval:

Voor een ronde *AT*-snede:

dikte = 3,51 mm, diameter = 27,5 mm, inhoud = 2082 mm^3

en voor een vierkante *AT*-snede:

dikte = 3,44 mm, vierkantsafmeting = 19,8 mm, inhoud = 1348 mm^3.

Men kan echter ook van een z.g. *HT*-snede gebruik maken. Hierbij bepaalt de breedte van het rechthoekige plaatje in eerste instantie de frequentie, de dikte moet klein zijn ten opzichte van de breedte, terwijl de lengte ongeveer 7,5 maal de breedte moet bedragen. In dit geval zijn de afmetingen:

dikte = 1,15 mm, breedte = 5,21 mm, lengte = 38,58 mm, inhoud = 231 mm^3,

Tenslotte kan men ook nog een z.g. *CT*-snede kiezen. Dit is een vierkant plaatje, waarbij de vierkants-afmeting de frequentie bepaalt, terwijl de dikte klein moet zijn ten opzichte van deze vierkants-afmeting. Gunstige afmetingen zijn in dit geval:

dikte = 0,50 mm, breedte en lengte = 6,20 mm, inhoud = 19,4 mm^3.

Alle drie hiervoor genoemde plaatjes hebben een kleine temperatuur-coëfficiënt in het werkgebied. Inderdaad verloopt bij de *AT*-snede de temperatuur-coëfficiënt met de temperatuur iets minder dan bij de andere sneden. Ook is de demping in het algemeen kleiner naarmate de massa groter is. Bovendien worden bij de zeer kleine *CT*-snede hoge eisen gesteld aan de juiste centrering van de ophangdraden. De afregeling is echter bij de *AT*-*) en *HT*-snede weer moeilijker, zodat de totale kostprijs voor de *CT*-snede nog het gunstigst is.

*) In het bijzonder bij de ronde *AT*-snede, die wat betreft de montage mogelijkheden boven de vierkante uitvoering te verkiezen is.

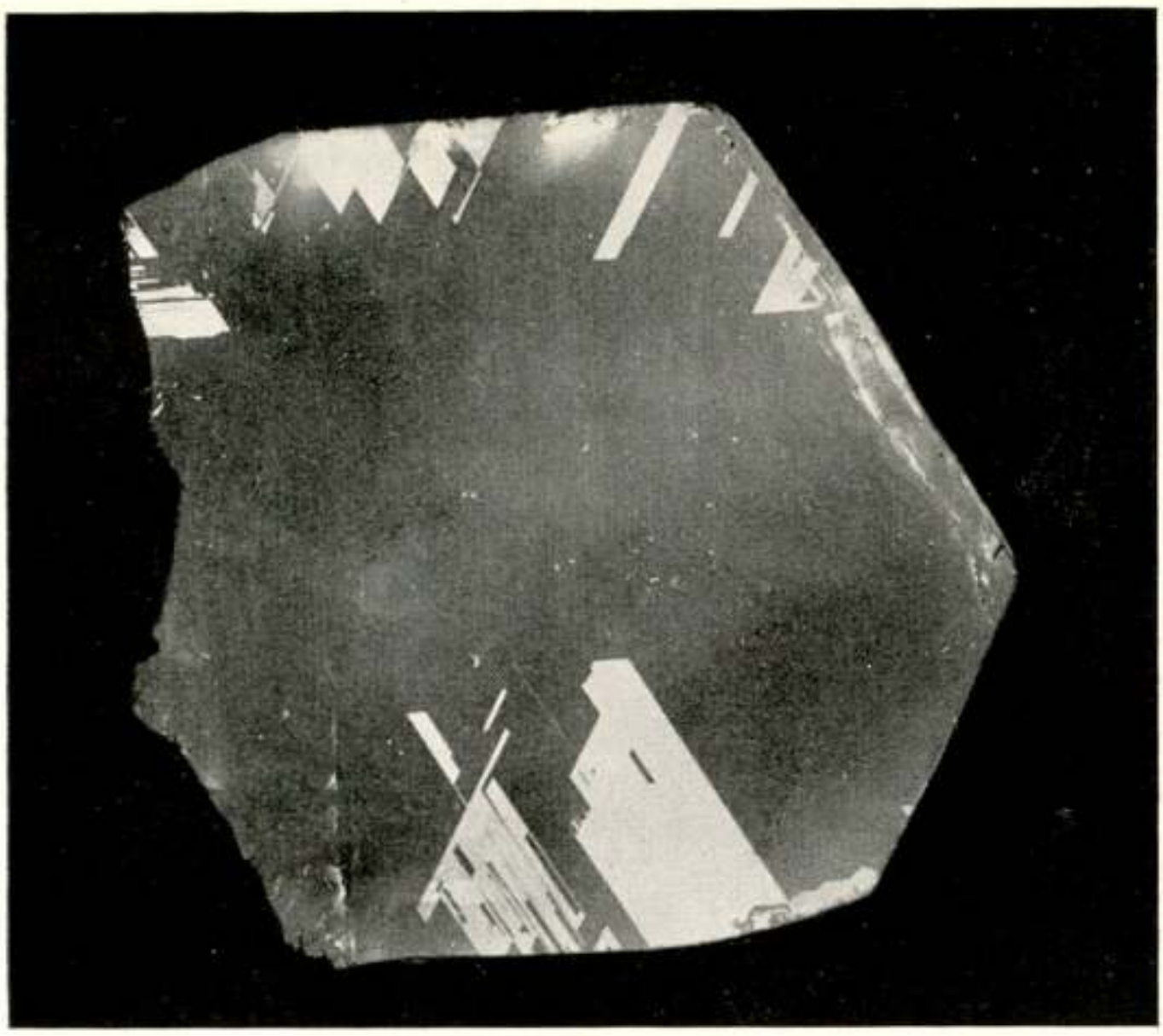


Foto a.
Geëtst kwartskristal met tweelingen.

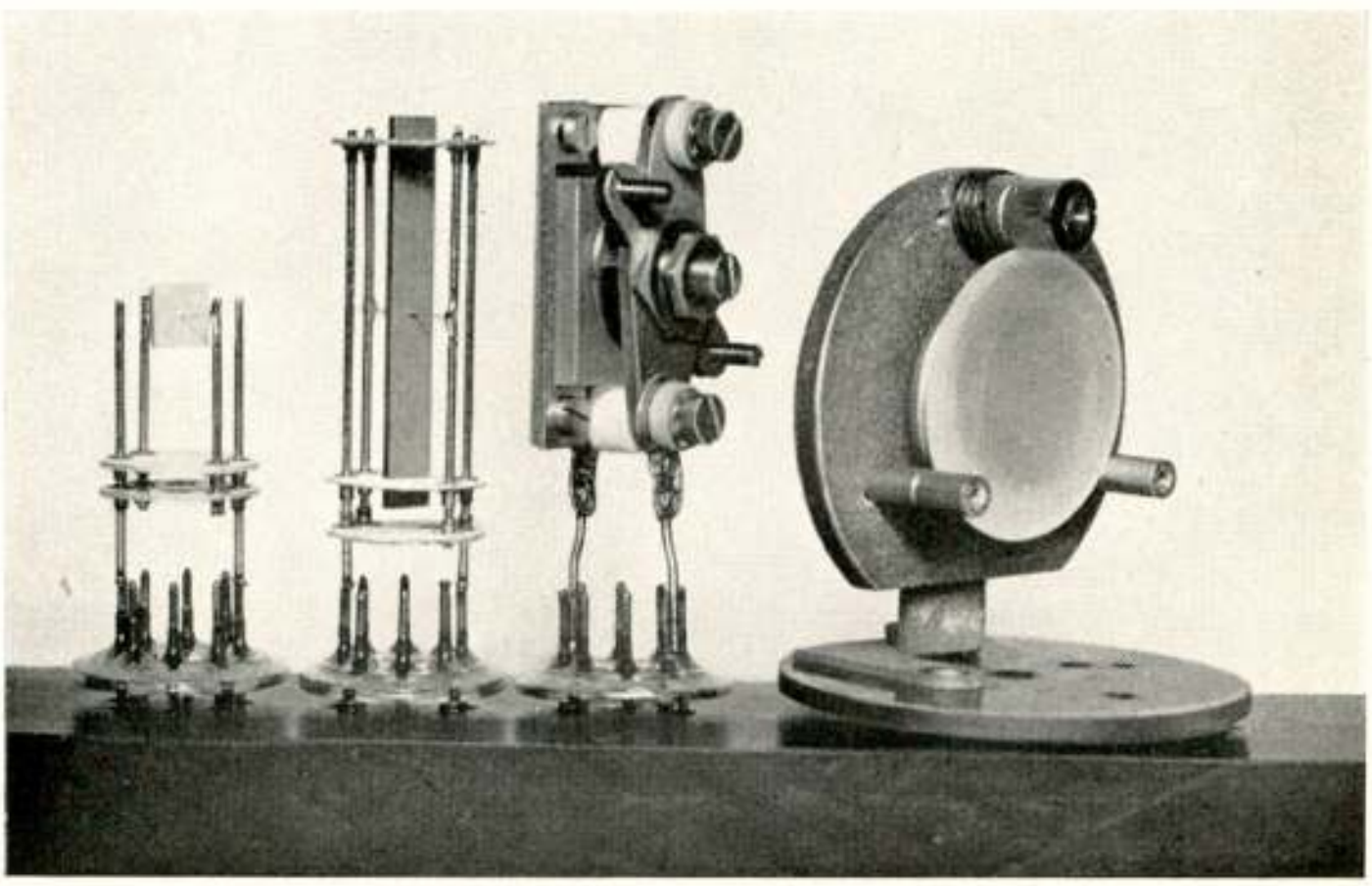


Foto b.
Vier kwartsplaatjes van ongeveer 500 kHz.
Van links naar rechts resp.: *CT*-, *HT*-, vierkante *AT*- en ronde *AT*-snede.

In practisch alle gevallen kan men voor generator kristallen een goed uitgevoerde *CT*-snede even goed gebruiken als een *AT*-snede, en dan verkrijgt men daardoor alleen een 50 à 100-voudige besparing aan materiaal, nog afgezien van het feit, dat men bij de vervaardiging van *CT*-sneden van veel kleinere en dus goedkopere kristallen kan uitgaan, of wel men kan afval gebruiken dat bij de fabricage van grote *CT*-platen is overgebleven. Zie foto b.

3e. Men heeft ook getracht kwarts dat tweelingen bevat te regenereren. Ten opzichte van electrische tweelingen is dit inderdaad mogelijk gebleken, hoewel de tot nu toe meest gebruikte methode, waarbij het plaatje tegelijk aan verhoogde temperatuur en mechanische spanning wordt onderworpen, aan zekere beperkingen onderhevig is. Tengevolge hiervan kunnen b.v. uit bepaalde sneden tweelingen vlot verwijderd worden, terwijl dit bij andere moeilijk of niet mogelijk is. Toch heeft men op deze wijze het percentage bruikbaar materiaal soms aanzienlijk kunnen vergroten.

Eisen aan een kwartsplaatje te stellen.

De eisen, waaraan moet worden voldaan, hangen sterk af van het doel waarvoor men het plaatje wenst te gebruiken. Niet voor alle doeleinden behoeft derhalve aan alle hierna te noemen eisen te zijn voldaan. In het algemeen worden voorwaarden gesteld ten aanzien van:

1e. de frequentie.
2e. de nevenresonanties.
3e. de afhankelijkheid van temperatuur, luchtdruk en vochtigheid.
4e. de zelfinductie.
5e. de kwaliteitsfactor Q.
6e. stabiliteit en veroudering.
7e. de activiteit.
8e. de belastbaarheid.

Enige van de hiervoor genoemde eigenschappen hangen samen met de keuze van de kristalsnede, andere met de fabricagemethode of met de montage. Het is meestal niet lastig een plaatje een of twee van de gewenste eigenschappen te geven; de moeilijkheden nemen echter sterk toe met het aantal gewenste eigenschappen.

Behalve de hiervoor genoemde eigenschappen zijn soms nog

andere van belang. Zoals reeds vermeld op bladz. 98 en 99 is voor filter-kristallen b.v. een zo klein mogelijke waarde van de grootheid $\frac{C_p}{C_k} = a$ nuttig. Voor sommige generator-kristallen is een bepaalde waarde van R_k gewenst. (zie blz. 123)

Dat deze eigenschappen in de hiervoor genoemde opsomming niet vermeld zijn vindt zijn oorzaak, niet in het feit dat ze onbelangrijk worden geacht, maar daarin dat men weinig vrijheid in de keuze van deze grootheden heeft.

Welk type plaatje men voor een bepaald doel zal nemen wordt als regel bepaald door andere factoren n.l. allereerst door de gewenste frequentie, die nauw verband houdt met de trillingswijze en vervolgens door eisen ten aanzien van temperatuur-afhankelijkheid, nevenfrequenties e.d.

Heeft men in verband met deze factoren eenmaal een bepaalde snede gekozen, dan kan men de daarbij behorende waarden van a, resp. R_k nog slechts in geringe mate beïnvloeden.

De grootheid $a = \frac{C_p}{C_k}$ is in tabel I voor de verschillende sneden vermeld. Het opgeven van een waarde voor R_k heeft weinig zin aangezien deze grootheid, evenals de grootheid Q, in hoge mate afhankelijk is van de montage van het plaatje.

Frequentie.

De frequentie van een kristalplaatje is voor iedere trillingswijze in eerste benadering te schrijven als: $f = F_c \cdot \varphi$, waarbij de factor F_c, die overeenkomt met de grootheid $\sqrt{\frac{E}{\varrho}}$ van blz. 97, uitsluitend materiaal-constanten bevat, terwijl φ van de afmetingen en van de trillingswijze van het plaatje afhangt. Men noemt F_c de frequentie-constante*) en drukt deze uit in mm.kHz; de grootheid φ wordt uitgedrukt in mm^{-1}.

In tabel I zijn voor de diverse sneden de numerieke waarden van F_c vermeld. Tevens is daarbij aangegeven hoe φ voor de verschillende trillingswijzen met de afmetingen samenhangt (l = lengte, b = breedte en d = dikte).

Voor vele toepassingen is het nodig, dat de frequentie van een piëzo-electrisch element zo nauwkeurig mogelijk een van te

*) De factor F_c is slechts in eerste benadering een constante, afwijkingen van een gemiddelde waarde komen soms voor.

TABEL I OVERZICHT VAN DE EIGENSCHAPPEN VAN DE VO

NAAM VAN DE SNEDE	2) AFMETINGS-VERHOUDING	TRILLINGSWIJZE	1) T.C Hz.10^{-6}/°C	FREQUENTIE GEBIED kHz	FREQUENTIE f_r $F_c \times \varphi$ kHz.mm	mm^{-1}
AT - SNEDE	—	II 1b of III 1b	0(r)	300 - 5000	1600 - 1700	1 : d
BT - „	—		0(p)	2000 - 12000	2560	1 : d
X - „	—	II 1a of III 1a	- 40(r)	500 - 12000	2855	1 : d
Y - „	—	II 1b of III 1b	+ 80(r)	300 - 6000	1955	1 : d
HT - „	b/l = 0,135	II 1b'	0(p)	400 - 1000	2590	1 : b
CT - „	b = l	II 2b	0(p)	100 - 400	3080	1 : l
DT - „	b = l		0(p)	50 - 150	2060	1 : l
X - „ +5°	b/l = 0,1 - 0,15	II 2a	0(p)	50 - 150	2820	1 : l
X - „ +9°	b/l = 0,5		- 2,5(r)	50 - 150	2800	1 : l
X - „ -18,5°	kb/l = 0,5		- 28(r)	50 - 150	2560	1 : l
X - „ -18,5°	kb/l = 1,8		- 28(r)	150 - 500	2560	k : l
GT - „	b/l = 1,16	II 2c	0(r)	90 - 400	3290	1 : l
GT - „	kb/l = 1,16		0(p)	200 - 600	3290	k : l
MT - „	b/l = 0,40	—	0(p)	50 - 100	2750	1 : l
MT - „	b/l = 0,58		0(p)	50 - 100	2660	1 : l
NT - „	—	—	0(p)	10 - 50	3)	b : l^2
X - „ +5° DUPLEX	—	I c	+ 2,5(p)	1 - 10	5800	d : l^2
		I d	+ 2,5(p)	1 - 10	5800	d : l^2

1) (r) = FREQUENTIE - TEMPERATUUR KARAKTERISTIEK RECHT
(p) = „ „ „ PARABOLISCH; DE TOP VAN DE PARA

2) VOOR KRISTALLEN DIE IN EEN HARMONISCHE AANGESTOTEN KUNNEN WORDEN GEEFT k HET
IN VERBAND MET DE MONTAGE IS k IN HET ALGEMEEN ONEVEN

3) DEZE GROOTHEID IS ZONDER MEER NIET AAN TE GEVEN, AANGEZIEN DEZE VARIEERT MET DE

VERBETERING EN AANVULLING

Men wordt verzocht in Tabel 1 op bladz. 107 (Mei 1950) de volgende wijzigingen aan te brengen:

De kolom „Frequentie" vermeldt bij de $-18{,}5^\circ$ gedraaide X-snede met een afmetingsverhouding $kb/l = 0{,}5$ voor de factor φ.

$$\varphi = 1 : l, \quad \text{dit moet zijn} \quad \varphi = k : l.$$

In de kolom „Zelfinductie" staat opgegeven voor de specifieke zelfinductie L_0:

AT-snede	475,	dit	moet	zijn	47,5
BT-snede	435,	„	„	„	43,5
X-snede	142,	„	„	„	14,2
Y-snede	134,	„	„	„	13,4
CT-snede	227,	„	„	„	22,7

Van de duplex-kristallen zijn enige gegevens nauwkeuriger bepaald, waardoor het beter is te lezen:

Trillingswijze	a	L_0
$I\,c$	195 i.p.v. 200	3,58 i.p.v. 4
$I\,d$	195 i.p.v. 200	0,894 i.p.v. 1

voren vastgestelde waarde heeft. Indien de electroden ten opzichte van het kristaloppervlak verplaatsbaar zijn, waardoor de electrische waarden van het vervangingsschema veranderd worden, vormt het op frequentie brengen van het plaatje geen probleem. Bij al die sneden, waarbij de dikte van het kristalplaatje niet frequentie-bepalend is, zijn evenmin moeilijkheden te duchten. Men kan in dit geval, ook indien de electroden direct op het plaatje zijn aangebracht, toch altijd achteraf de frequentie corrigeren, door van de lengte of breedte van het plaatje iets af te slijpen.

Wanneer de dikte wèl de frequentie bepaalt en men toch de electroden direct op het kristaloppervlak wenst aan te brengen, kan men de frequentie fijn instellen, door de massa van de electroden te variëren. In het bijzonder wanneer men de electroden aanbrengt door opdampen in vacuum van het electrode metaal, kan men op deze wijze een uitstekende frequentie afregeling verkrijgen.

De afwijkingen van de nominale frequentie zijn in alle gevallen steeds kleiner te houden dan 0,1 ‰ à 0,01 ‰.

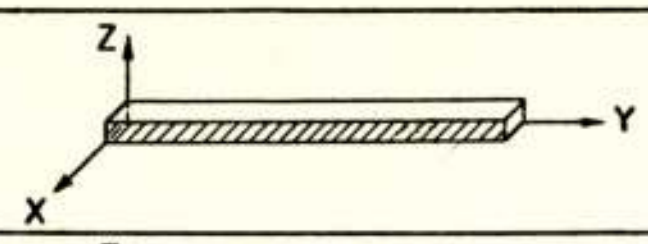
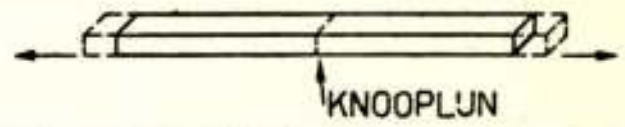
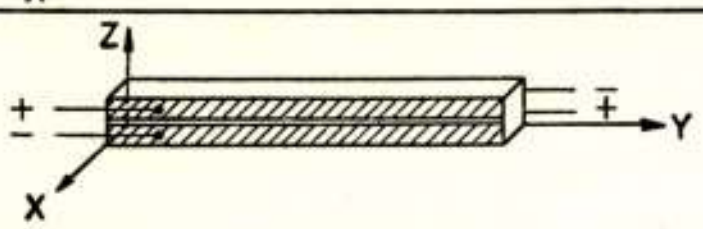
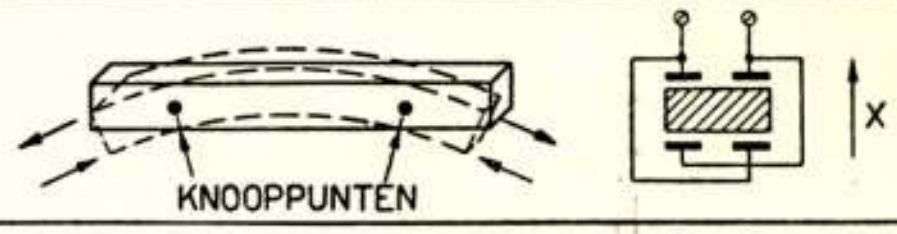
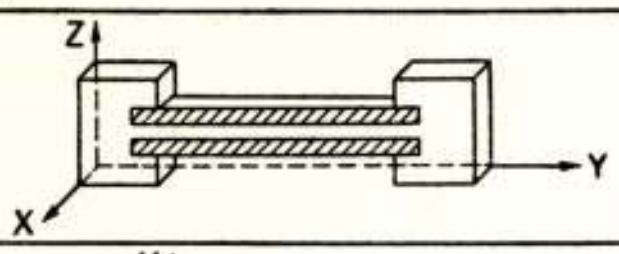
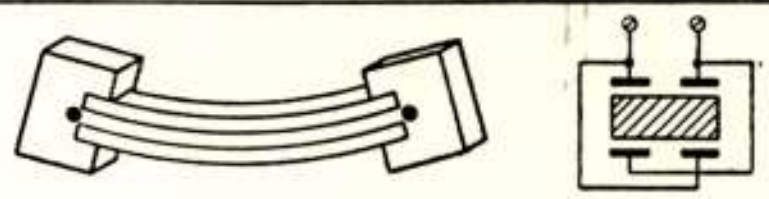
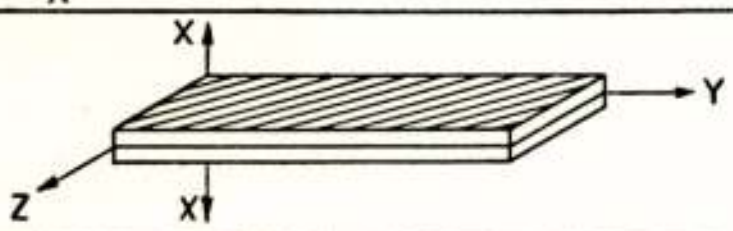
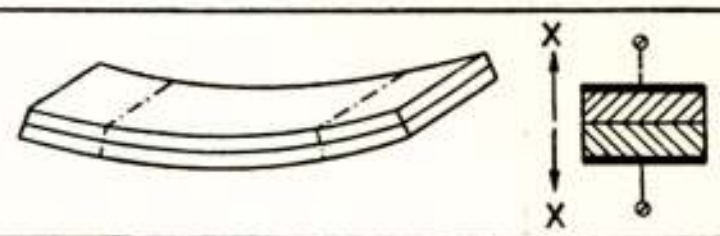
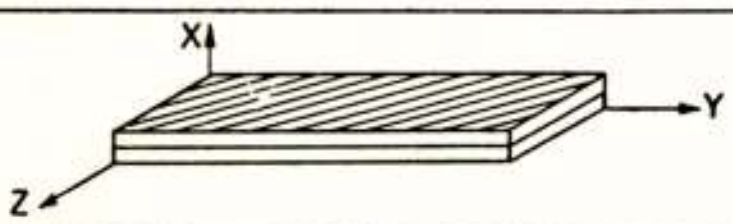
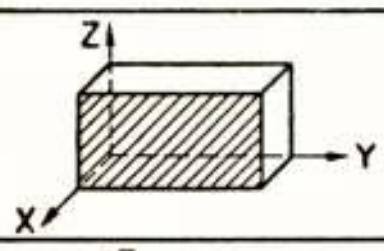
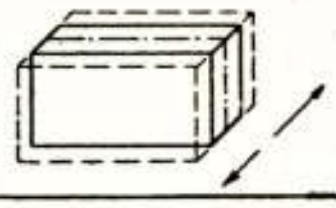
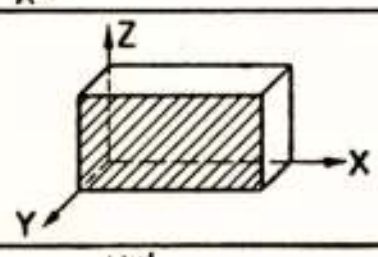
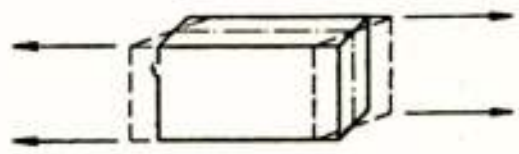
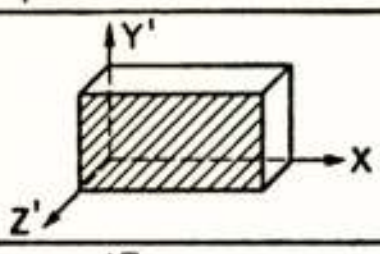
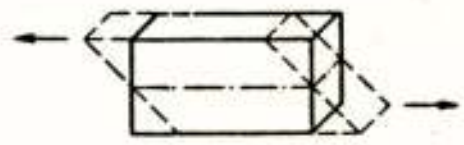
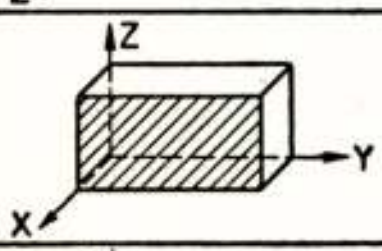
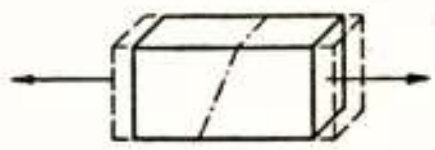
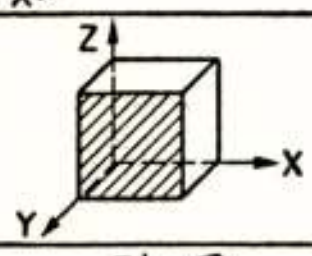
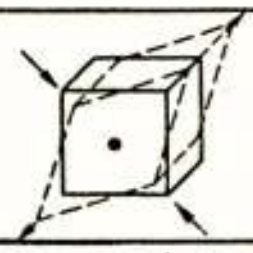
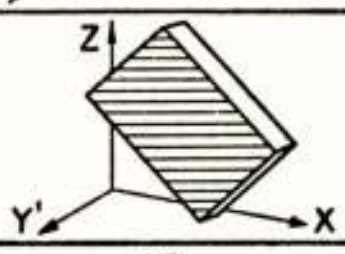
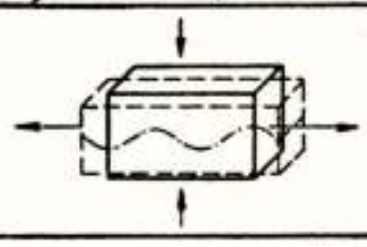
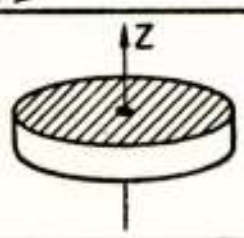
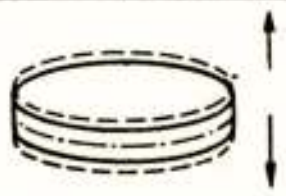
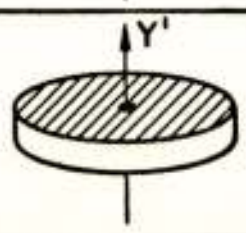
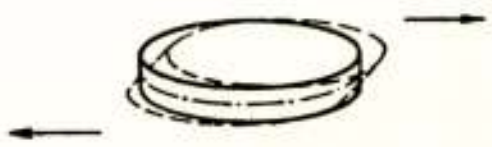
Het frequentie-gebied waarin men kwartskristallen kan maken is vrij uitgebreid; het strekt zich n.l. uit van omstreeks 1 kHz tot ongeveer 12 MHz, zoals tabel 1 aangeeft. Daarmee is evenwel niet gezegd, dat men ook in dit gehele gebied kristallen voor alle doeleinden kan maken. Zulks is slechts mogelijk voor oscillator-kristallen; voor filterkristallen is practisch het gebied beperkt van 100 tot 500 kHz.

Filterkristallen beneden 100 kHz worden weinig gebruikt aangezien deze tengevolge van hun grote afmetingen duur worden en toepassing daarom vaak economisch niet meer verantwoord is. Bij frequenties boven ongeveer 500 kHz ontstaan bij filterkristallen technische moeilijkheden, doordat moeilijk of niet voldaan kan worden aan de eis, dat de omgeving van het gebruikte resonantie-gebied vrij moet zijn van neven-resonanties; het z.g. ongestoorde gebied wordt te klein.

Nevenresonanties

Nevenresonanties zijn ongewenste resonanties in de omgeving van de gewenste frequentie. Ze hangen samen met de trillingswijze van het kristalplaatje, en deze laatste wordt weer in hoge mate bepaald door de frequentie welke men wenst.

Voor oscillator-kristallen zijn dergelijke nevenresonanties niet storend zolang ze zwak zijn ten opzichte van de hoofdresonan-

	ORIENTATIE EN ELECTRODEN	SCHEMATISCHE VOORSTELLING VAN DE BEWEGING
Ia		
Ib		
Ib'		
Ic		
Id		
II1a		
II1b		
II1b'		
II2a		
II2b		
II2c		
III1a		
III1b		
III2		

tie, en onder geen voorwaarde, b.v. door temperatuur-variatie, de frequenties van de nevenresonanties dicht bij die van de hoofdresonantie kunnen komen. Bij filter-kristallen kunnen zelfs zwakke nevenresonanties aanleiding geven tot moeilijkheden.

Een lichaam kan in het algemeen op vele manieren trillingen uitvoeren; van al die trillingsmogelijkheden is er voor een bepaalde toepassing maar één gewenst. Tengevolge van het feit, dat tussen de diverse trillingswijzen van een plaatje koppelingen van elastische of piëzo-electrische aard bestaan, kunnen tegelijk met de gewenste trilling ook ongewenste trillingen opgewekt worden. Zijn de frequenties van deze ongewenste trillingen of van harmonischen daarvan ongeveer gelijk aan die van de gewenste trilling dan ontstaan nevenresonanties. Door speciale sneden toe te passen kan men soms een bepaalde koppeling opheffen. Dergelijke sneden hebben dan minder nevenresonanties.

Fig. 8 geeft een overzicht van de voornaamste wijzen waarop een piëzo-electrisch plaatje kan trillen.

Voor de laagste frequenties gebruikt men bij voorkeur buigingstrillingen van dunne staven. Men kan de resonantie-frequentie van deze trilling, geschetst in Ib nog verlagen, door de uiteinden van de staaf met extra massa te belasten, zoals schematisch in Ib′ is aangeduid. Foto c geeft een beeld van een dergelijk plaatje.

Voor wat hoger frequenties gebruikt men trillingen van het type Ia of II 2a, II 2b en II 2c. Bij de typen Ia en II 2a, die beide longitudinale trillingswijzen zijn, bepaalt de grootste afmeting de frequentie; bij de trillingswijze II 2b, een schuiftrilling, zijn twee der afmetingen gelijk, terwijl bij II 2c de middelste afmeting frequentie-bepalend is.

Voor nog hogere frequenties kan de lengte of de breedte van het plaatje niet meer de frequentie bepalen, aangezien de andere afmetingen dan te klein zouden worden om tot practisch uitvoerbare kristallen te leiden. Men gaat voor dit frequentiegebied over tot trillingswijzen waarbij de kleinste afmeting frequentie-bepalend is. Ook hierbij kan men weer onderscheiden longitudinale trillingswijzen zoals II 1a en III 1a en schuiftrillingen zoals II 1b en III 1b*).

Een dunne staaf die een buigingstrilling uitvoert, volgens Ib, is vrij van nevenfrequenties, aangezien er in zo'n staaf geen

*) De trillingswijze III 2 is, tengevolge van de typische elastische en piëzo-electrische eigenschappen, zonder meer voor kwarts niet te verwezenlijken, wel voor toermalijn.

andere trilling opgewekt kan worden van ongeveer dezelfde frequentie en evenmin een van lagere frequentie, zodat een harmonische van deze laatste met de buigingstrilling zou kunnen corresponderen.

Bij een staaf die een longitudinale trilling uitvoert, volgens Ia, is de zaak reeds enigszins anders. De frequentie van deze trilling wordt uitsluitend bepaald door de lengte van de staaf; bij de buigingstrilling was ook de dikte, resp. de breedte, van invloed. De frequentie van de longitudinale trilling behoeft dan ook volstrekt niet de laagst mogelijke frequentie in de staaf te zijn. Indien de X- of de Y-afmeting van de staaf trillende volgens Ia voldoende klein is, kan een buigingstrilling van lagere

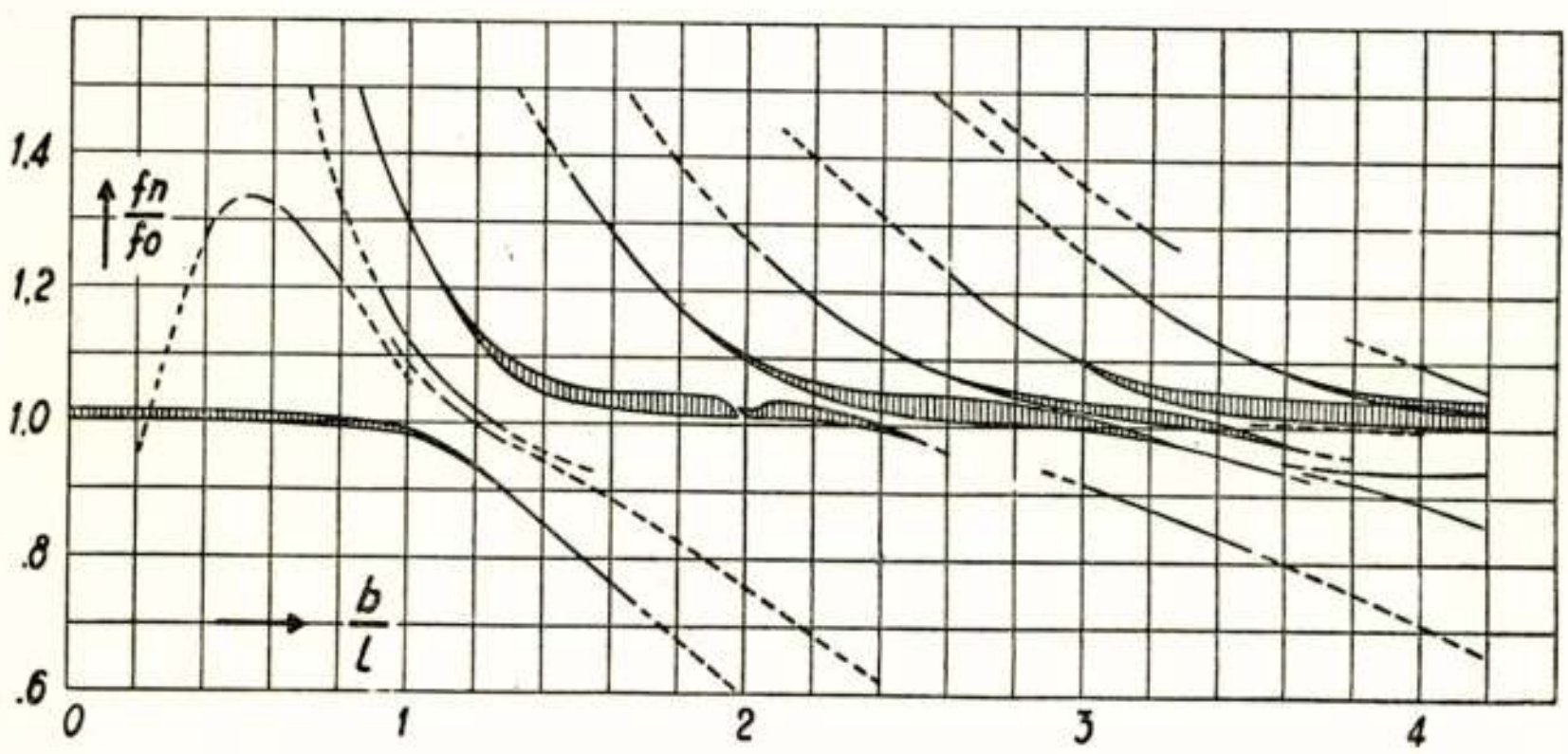


Fig. 9.

Frequenties van de Y'-golf in een -18,5° om de X-as gedraaide X-snede; f_0 is de frequentie van de hoofdresonantie. Van de dubbele lijnen geeft de onderste de relatieve frequentie aan, de afstand tussen de lijnen, resp. de dikte is een maat voor de sterkte van de resonantie.

frequentie ontstaan. Door de X- of Y-afmeting te variëren, kan men de frequentie van de buigingstrilling in de buurt brengen van die van de longitudinale trilling, of mogelijk zelfs zo laag maken, dat een harmonische van de buigingstrilling ongeveer met longitudinale trilling correspondeert. In beide gevallen zal men storende nevenresonanties verkrijgen.

Hetzelfde verschijnsel treedt op bij een plaat trillende volgens II 2a. Hier kunnen behalve door de genoemde buigingstrilling ook storingen optreden door schuivingstrillingen waarvan de frequenties samen hangen met de Y- resp. de Z-afmeting van

de plaat. Fig. 9 geeft een indruk van de frequenties die bij een plaat trillend volgens II 2a voorkomen.

Was bij de hiervoor vermelde staven en platen het aantal nevenresonanties betrekkelijk beperkt, anders wordt dit wanneer platen beschouwd worden, waarbij de kleinste afmeting de frequentie bepaalt. Dergelijke platen, waarvan de wijze van trillen voorgesteld is door II 1a, II 1b, III 1a en III 1b, kunnen natuurlijk ook trillen op manieren die samenhangen met de beide grotere afmetingen. Er kunnen daarbij weer longitudinale-, buigings- en schuivingstrillingen ontstaan met frequenties corresponderend met lengte of breedte van de plaat. Aangezien deze frequenties zeer veel lager zijn dan die van de gewenste trilling, bezitten ze altijd wel een harmonische, waarvan de frequentie ongeveer met de gewenste frequentie overeenkomt. Dit verschijnsel wordt vanzelfsprekend des te erger, naarmate de dikte van het plaatje kleiner is ten opzichte van de andere afmetingen. Het is bij dunne kristalplaatjes, d.w.z. bij hoge frequenties, dan ook practisch onmogelijk een enigszins uitgebreid ongestoord gebied te verkrijgen. Gelukkig worden wel de nevenfrequenties zwakker naarmate het ranggetal van de harmonische hoger is.

Is de verhouding van de dikte tot de breedte en lengte wat minder groot, dan kan men door speciale maatregelen de invloed van de ongewenste trillingswijze verkleinen. Zo kan men b.v. een enigszins dikke *AT*-snede, die trilt volgens II 1b of III 1b, van nevenresonanties „zuiveren"; de vierkante door juiste keuze van de vierkantsafmeting, de ronde door het aanbrengen van facetten. Fig. 10 toont aan, welke verbetering men zodoende kan bereiken. Bij het aanbrengen van de facetten valt op, dat men een aanzienlijk deel van de totale massa van het kristalplaatje kan afslijpen n.l. ruim 30%, terwijl de frequentie daarbij maar 2 à 3% verandert.

Door deze en dergelijke maatregelen bereikt men tenslotte dat in de omgeving van de hoofdresonantie geen storende nevenresonanties optreden. Het zg. ongestoorde gebied ligt voor een bepaald type kristalplaatje vast; het wordt aangegeven door het relatieve verschil tussen de frequentie van de hoofdresonantie f_o, en de eerste storende nevenresonantie f_n, en uitgedrukt in procenten. In tabel I is voor de verschillende sneden het ongestoorde gebied opgegeven.

Behalve de hier genoemde nevenresonanties in de omgeving van de gewenste frequentie, kunnen ook nevenresonanties op-

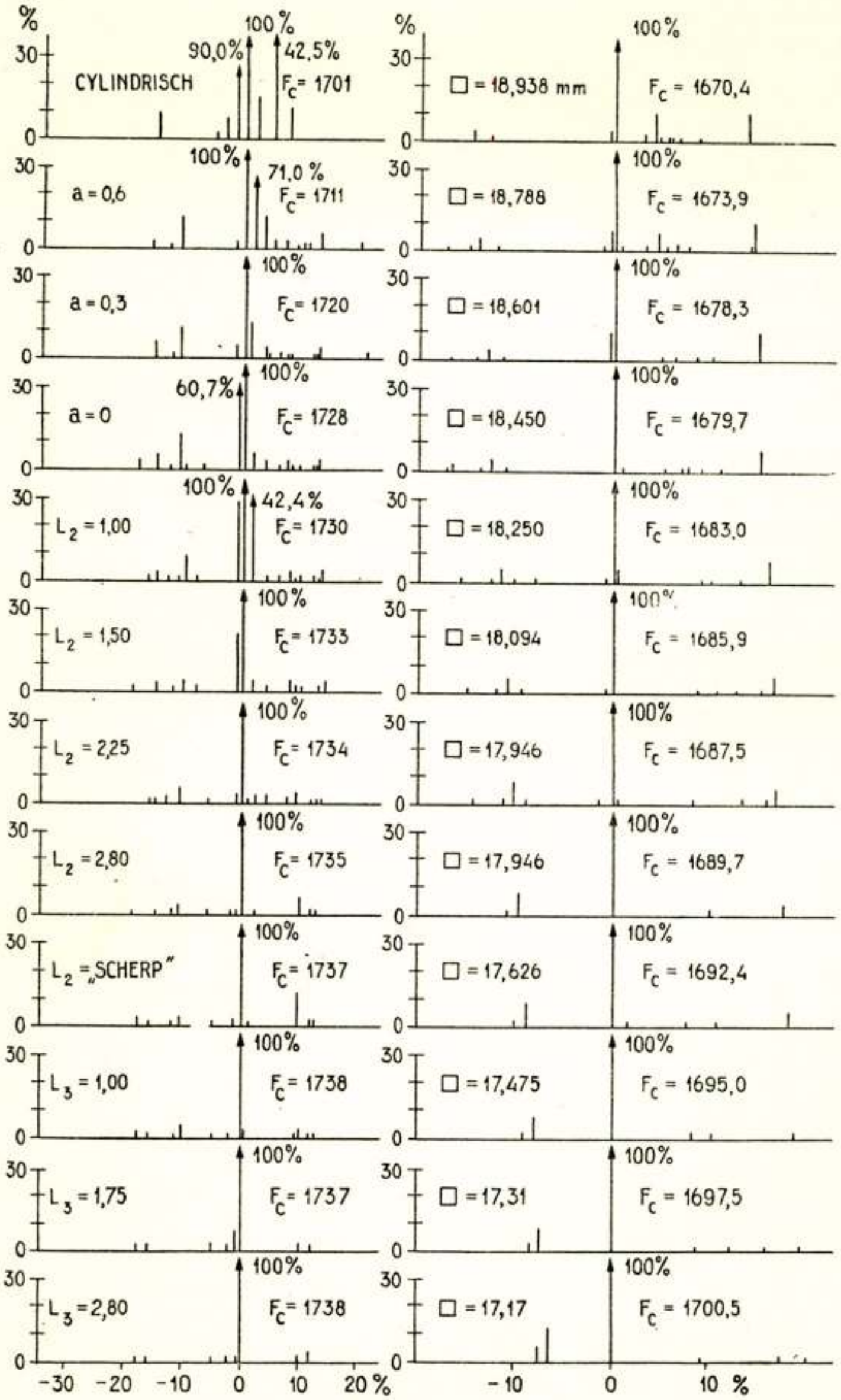


Fig. 10.

Frequentie spectrum van een ronde resp. vierkante *AT*-snede. De bijschriften a, l_2 en l_3 hebben betrekking op de afmetingen van een facet geslepen in een slijpkommetje, waarvan de straal resp. R_1, R_2 en R_3 is.

treden die samenhangen met harmonischen van deze gewenste trilling. Aangezien in dit geval het relatieve frequentie-verschil tussen grondgolf en nevenresonantie groot is, zijn nevenresonanties van dit type in het algemeen weinig hinderlijk. Voor bepaalde toepassingen zijn ze echter storend en dan zijn speciale maatregelen nodig.

Zo worden b.v. in radar-ontvangers kristallen gebruikt, waarvan men wenst, dat ze geen nevenresonanties in de directe omgeving van de hoofdresonantie bezitten, en niet aanspreken op harmonischen van de grondfrequentie.

Aan de eerste voorwaarde wordt voldaan door een X-snede te gebruiken, die trilt volgens II 2a, en daarbij de verhouding van breedte tot lengte kleiner dan 0,2 te kiezen (zie fig. 9). Een dergelijke snede is practisch vrij van nevenresonanties in de omgeving van de hoofdresonantie, echter kunnen alle even en oneven harmonischen van de hoofdresonantie er in opgewekt worden. Brengt men evenwel de electroden symmetrisch ten opzichte van het midden aan, dan worden alle even harmonischen onderdrukt. Door nu bovendien de electroden een speciale afmeting of vorm te geven, kan men òf wel een bepaalde oneven harmonische, òf zelfs ook alle oneven harmonischen, uitgezonderd de grondgolf, onderdrukken.

Temperatuur-afhankelijkheid.

Bij een isotroop lichaam hangen de eigenfrequenties, behalve van de trillingswijze en van de afmetingen, af van de dichtheid en van de elastische eigenschappen van het materiaal. Zoals hiervoor reeds vermeld, is een eigen frequentie steeds te schrijven in de vorm:

$$f = \frac{1}{l}\sqrt{\frac{E}{\varrho}}$$

waaruit volgt:

$$\frac{1}{f}\frac{df}{dT} = -\frac{1}{l}\frac{\partial l}{\partial T} + \frac{1}{2E}\frac{\partial E}{\partial T} - \frac{1}{2\varrho}\frac{\partial \varrho}{\partial T}$$

De temperatuur-afhankelijkheid van de frequentie ontstaat nu, doordat zowel de afmetingen, alsook de dichtheid en de elastische eigenschappen, functies van de temperatuur zijn.

Bij een anisotoop lichaam wordt het verband tussen frequentie en temperatuur ingewikkelder, omdat daarbij de elastische eigenschappen van de richting afhangen, terwijl verder de ver-

andering van de afmetingen en van de elastische eigenschappen als functie van de temperatuur, eveneens richtings-afhankelijk is.

De eigenschappen van kwarts zijn goed bekend, en het is dan ook mogelijk voor iedere willekeurige richting te berekenen, hoe de diverse grootheden met de temperatuur variëren. De temperatuur-onafhankelijkheid van de frequentie, waarnaar men streeft, berust nu op compensatie, waarbij evenwel opgemerkt moet worden, dat de invloed van de temperatuur op de frequentie veelal voornamelijk veroorzaakt wordt door de temperatuur-afhankelijkheid van de elastische eigenschappen.

Beschouwt men één bepaalde trillingswijze, dan kan men derhalve trachten een zodanige richting in het kristal te bepalen, dat voor die richting de grootheid $\frac{\partial E}{\partial T}$ verdwijnt. Veelal voldoet aan deze voorwaarde een aantal, soms zelfs een oneindig aantal richtingen. Aangezien de invloed van de variatie van dichtheid en afmetingen als functie van de temperatuur, klein werd verondersteld, vindt men de richtingen waarvoor $\frac{df}{dT}$ nul wordt, in de onmiddellijke omgeving van de aldus bepaalde richtingen. Uit de practische overwegingen kiest men uit de soms oneindige hoeveelheid mogelijkheden, toch maar een zeer beperkt aantal, meestal slechts één.

In het voorgaande werd één trillingswijze beschouwd, terwijl de invloed van piëzo-electrische en elastische koppelingen werd verwaarloosd. Voor bepaalde kristalsneden en afmetingen is aan deze voorwaarde met voldoende benadering voldaan. Soms echter kan men voor de compensatie ook juist van deze koppelingen gebruik maken.

Beschouwt men in het bijzonder twee gekoppelde trillingswijzen, dan is dit probleem direct te vergelijken met de beide gekoppelde trillingswijzen van twee gekoppelde ketens. De eigen frequenties zijn in dit geval:

$$f_{1,2}^2 = \frac{1}{2(1-k^2)}\left\{f_I^2 + f_{II}^2 \pm \sqrt{(f_I^2 - f_{II}^2)^2 + 4k^2 f_I^2 f_{II}^2}\right\}$$

Hierin zijn f_I en f_{II} de frequenties van de niet gekoppeld gedachte systemen. Dit zijn voor het mechanische geval denkbeeldige frequenties, welke men verkrijgt door, in de bovenstaande formule voor de eigen frequenties, de koppelfactor $k^2 = 0$ te stellen. Deze fictieve frequenties f_I en f_{II} zijn uit te drukken in de elastische en meetkundige grootheden van de

resonator, in de zin zoals aangegeven op bladz. 106. Ook het verloop van deze frequenties met de temperatuur kan berekend worden. De gestreepte lijnen in fig. 11 geven de aldus berekende frequenties als functie van de temperatuur weer.

Neemt men vervolgens de koppeling in aanmerking, dan krijgt men voor de werkelijke eigen frequenties f_1 en f_2 het door de getrokken lijnen aangegeven verloop. In het algemeen is het niet mogelijk deze functies te berekenen, ze worden experimenteel bepaald.

Door een juiste keuze van de afmetingen gelukt het nu bij de *GT*-snede een van de eigen frequenties b.v. f_1 over een groot temperatuur-interval vrijwel horizontaal te laten verlopen; de temperatuur-coëfficiënt van f_2 zal daarbij een van nul verschillende waarde behouden.

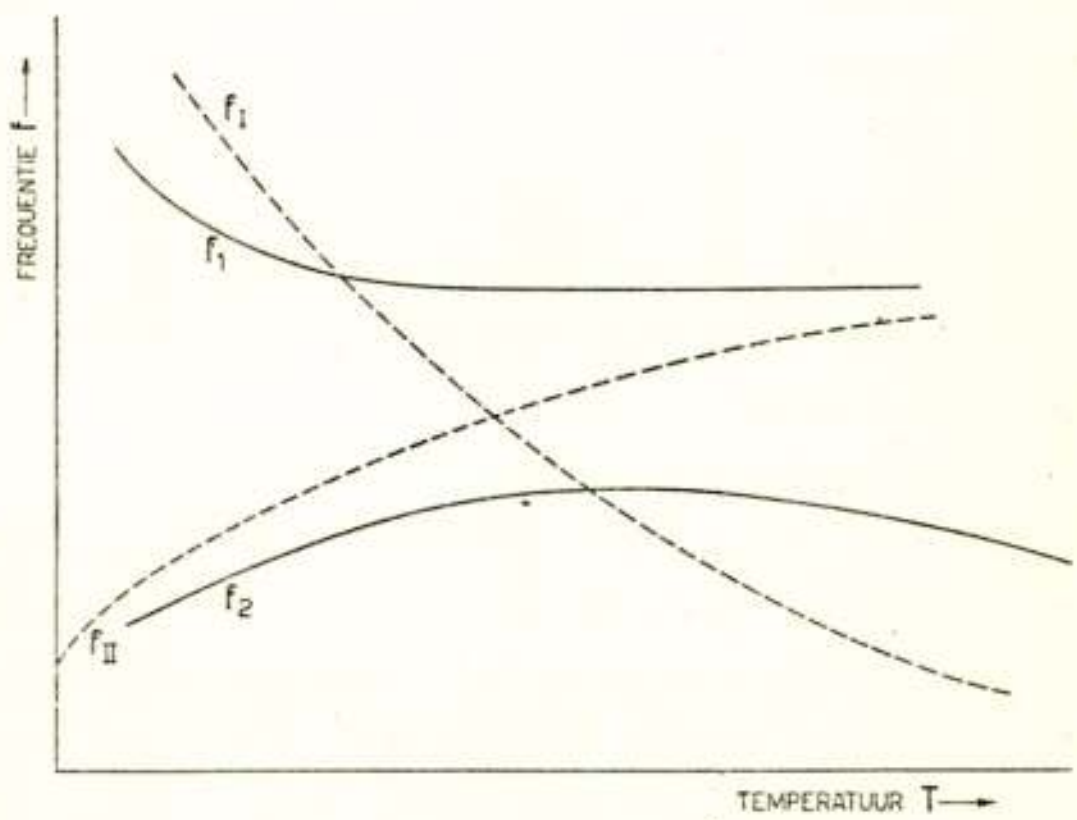


Fig. 11.

In het algemeen zijn kristalplaatjes volgens de eerstgenoemde methode eenvoudiger te fabriceren dan volgens de tweede. Het gelukt daarbij echter slechts een kleine temperatuur-coëfficiënt te verkrijgen over een beperkt temperatuurgebied; de temperatuur-frequentie kromme is parabolisch. Een voorbeeld van dit soort plaatjes is de *CT*-snede.

Opgemerkt dient nog te worden, dat bij alle z.g. temperatuur-onafhankelijke sneden, de temperatuur onafhankelijkheid bereikt is uitsluitend voor de hoofdresonantie. Zo is b.v. bij de *AT*-snede voor de frequentie van de schuivingstrilling, die samenhangt met de dikte afmeting, de temperatuur-coëfficiënt nul. Zulks is echter niet het geval voor de frequenties van de andere trillingswijzen. Het resultaat is dan ook, dat het onderlinge frequentie-verschil tussen hoofd- en nevenresonanties zich

door temperatuur-variatie zal wijzigen. Komt tengevolge hiervan een van de nevenresonanties in de omgeving van de hoofdresonantie, dan ontstaan de bekende koppelverschijnselen, zich bij een generator o.a. uitende in het verspringen van de frequentie. Slechts door de amplitude van de nevenresonanties klein te houden ten opzichte van die van de hoofdresonantie en (of) door ervoor te zorgen, dat het frequentieverschil met de hoofdresonantie groot is, kan men deze moeilijkheden ontgaan.

De voornaamste temperatuuronafhankelijke sneden zijn in tabel I vermeld.

Afhankelijkheid van luchtdruk en vochtigheid.

De eigenschappen van een kwartsplaatje worden beïnvloed door de meetrillende lucht van de omgeving. Wanneer men een kristal plaatst in een houder die geëvacueerd kan worden, merkt men op, dat naarmate het vacuum hoger wordt, de kwaliteits-factor en de frequentie toenemen.

Bepaald hinder van de omringende lucht kan ontstaan, wanneer de houder (meestal ongewenst) zo geconstrueerd is, dat luchtmassa's in resonantie komen. Bij houders met variabele luchtspleet is zulks steeds het geval, indien de afstand tussen kristal en electrode een oneven aantal kwart golflengten van de acoustische trilling in lucht bedraagt.

Bij houders waarbij de electroden een vaste afstand tot het kristalplaatje bezitten, zoals bij de z.g. drukhouders, zorgt men dan ook steeds ervoor, dat deze afstand klein is ten opzichte van een kwart golflengte in lucht. Echter ook zelfs bij kristallen met opgedampte electroden kunnen nog moeilijkheden voorkomen als gevolg van de eindige afmetingen van de houder.

De variatie van de frequentie tengevolge van wijziging van de dichtheid van de lucht door verandering van de temperatuur of de barometerstand, is meestal zo gering, dat deze voor vele toepassingen verwaarloosd kan worden.

Ook de vochtigheidsgraad van de lucht heeft invloed op de kristaleigenschappen. In het bijzonder ontstaan moeilijkheden, wanneer de lucht verzadigd wordt met waterdamp. Behalve dat de frequentie zich wijzigt, kan door neergeslagen waterdamp de isolatie-weerstand van het kristal sterk verlaagd worden, waardoor een enorme demping kan ontstaan.

Het afdoende middel tegen alle hiervoor genoemde bezwaren is vanzelfsprekend evacueren van de houder, waarbij men na-

tuurlijk met de reeds gesignaleerde frequentie-verhoging rekening dient te houden.

Zelfinductie.

De zelfinductie uit het vervangingsschema van fig. 1 kan voor iedere trillingswijze in eerste benadering geschreven worden als: $L_k = L_0 . B$, waarbij de factor L_0 uitsluitend materiaal constanten bevat, en de factor B, die de dimensie heeft van een lengte, uitsluitend van de afmetingen van het plaatje afhangt. Men kan aantonen, dat de grootte van de factor L_0, die „specifieke zelfinductie" genoemd wordt, en die aangegeven wordt in henri . mm^{-1}, bedraagt $L_0 = \alpha\, 9.10^6 / F_c^2 \pi \varepsilon$.

In deze uitdrukking is $\alpha = C_p / C_k$ en F_c de reeds eerder genoemde frequentie-constante, uitgedrukt in mm.kHz; ε is de diëlectrische constante, die bij kwarts weinig richtingsafhankelijk is, en waarvan de grootte ongeveer 4,5 bedraagt. De grootte van de factor B bedraagt: $B = d : l\, b\, \varphi^2$.

Voor toepassing als generator-kristal worden aan de zelfinductie meestal geen eisen van hoge nauwkeurigheid gesteld; bij toepassing in filters moet L_k echter binnen nauwe grenzen aangehouden worden.

In dit laatste geval is het vanzelfsprekend van voordeel, indien men de zelfinductie kan variëren, zonder dat daarbij de frequentie beïnvloed wordt.

In tabel I zijn voor de diverse sneden en trillingswijzen de grootte van de specifieke zelfinductie en van de factor B vermeld. In deze laatste factor komt weer de grootheid φ voor, die ook in de formule voor de frequentie optrad.

Er zijn nu twee mogelijkheden om de zelfinductie te wijzigen onafhankelijk van de frequentie:

1e. Bij sommige trillingswijzen kan men de zelfinductie variëren door een afmeting te veranderen, die in de uitdrukking voor φ niet voorkomt.

2e. Bij die trillingswijzen, waarbij in de uitdrukking voor de frequentie twee afmetingen voorkomen, kan men de zelfinductie wijzigen zonder de frequentie te beïnvloeden, door deze beide afmetingen te veranderen, mits daarbij de factor φ geen verandering ondergaat.

Men kan zodoende de zelfinductie binnen zekere grenzen variëren en bij een bepaald kristal vrij nauwkeurig op een van te voren vastgestelde waarde afregelen.

Bij filters komt het vaak voor, dat men een aantal kristallen

heeft, alle van ongeveer gelijke frequentie, doch waarvan de zelfinducties veel uiteenlopen. De hiervoor vermelde methoden zijn dan soms ontoereikend, in het bijzonder wanneer de verhouding van de zelfinducties groter dan ongeveer 10 zou moeten worden.

Door op een bepaalde wijze de electroden op het plaatje aan te brengen is het echter mogelijk de zelfinductie omhoog

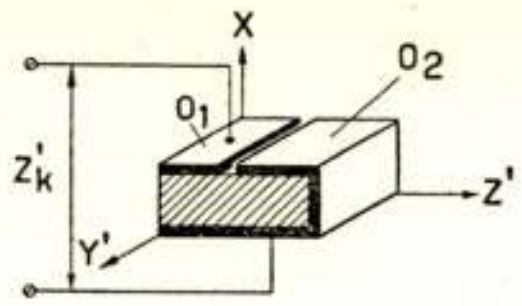


Fig. 12.

Wijze waarop de impedantie bij een om de X-as gedraaide X-snede, waarin de Y'-golf opgewekt wordt, omhoog getransformeerd kan worden.

te transformeren. Fig. 12 geeft aan hoe dit kan gebeuren. De getransformeerde kristal-impedantie wordt: $Z_k' = (1 + n)^2 Z_k$ waarbij $n = O_2/O_1$. Omlaag transformeren is met deze methode derhalve niet mogelijk. Dit kan wel op een andere manier n.l.:

1e. Men kan een aantal plaatjes parallel schakelen. In dit geval is het doelmatig om één groot kristal te nemen, en dit in een harmonische aan te stoten. De zelfinductie wordt dan verlaagd met een factor gelijk aan het ranggetal van de harmonische. Zie fig. 13.

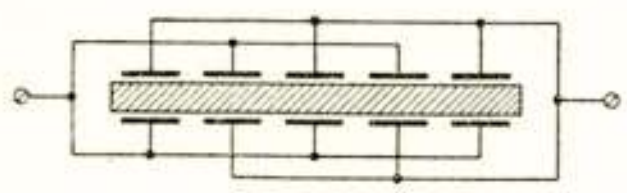


Fig. 13.

Wijze waarop de impedantie bij een om de X-as gedraaide X-snede, waarin de Y'-golf opgewekt wordt, omlaag getransformeerd kan worden.

2e. Onafhankelijk van het voorgaande kan men L_k verlagen door een grote verhouding b/l te kiezen, zoals uit tabel I volgt. Beschouwt men echter fig. 9, dan merkt men op, dat men hierbij niet willekeurig te werk kan gaan, aangezien in bepaalde gebieden moeilijkheden met nevenresonanties ontstaan. Bij een verhouding $b/l = 1{,}6$ à $1{,}8$ is echter het ongestoorde gebied voldoende groot. Ten opzichte van het voorafgaande gebied, in de omgeving van $b/l = 0{,}6$ verkrijgt men op deze wijze een ongeveer 3-voudige verlaging van L_k.

Van belang is nog op te merken, dat bij al deze transformaties de factor $a = C_p/C_k$ geen verandering ondergaat.

De kwaliteitsfactor Q.

Hiervoor is reeds vermeld, dat de kwaliteitsfactor $Q = \omega_s L_k/R_k$ van een kristal waarden kan verkrijgen, die met een electrische trillingskring zeker niet te bereiken zijn. Een waarde van $Q = 10^4$ of 10^5 behoort niet tot de zeldzaamheden.

In zeer vele gevallen is deze waarde aanzienlijk groter dan nodig is, en men kan in die gevallen dan ook zonder bezwaar kristallen gebruiken met een wat lager Q. Ook in schakelingen waarbij de kristallen gebruikt worden tezamen met minder verliesvrije elementen, zoals spoelen, heeft een extreem hoge Q weinig zin.

Voor andere toepassingen, zoals b.v. in generatorschakelingen van frequentie-standaarden heeft en zo hoog mogelijke Q wezenlijk nut. Factoren die Q beïnvloeden zijn: de inwendige wrijving, de luchtdemping en de verliezen tengevolge van de bevestiging.

De inwendige wrijving is bij kwarts buitengewoon gering zodat het zelfs de vraag is of men deze ooit goed heeft gemeten. De luchtdemping kan, zoals hiervoor vermeld, afdoende worden ontgaan door het kristal in vacuum te plaatsen. Onder deze omstandigheden worden practisch alle verliezen veroorzaakt door het feit, dat men het plaatje op enigerlei wijze in de houder moet bevestigen. De montage bepaalt dan ook feitelijk uitsluitend de waarde van de kwaliteitsfactor.

Voor verliesarme montage moet het plaatje ondersteund worden op een knooplijn of knooppunt van de trilling. Men streeft hier dan ook in het algemeen naar.

Bij filterkristallen die trillen volgens II 2a uit fig. 8, is een dergelijke wijze van ondersteunen uitvoerbaar, door het kristal op de knooplijn tussen pennetjes te klemmen of aldaar draadjes er aan te solderen. Dit zelfde is mogelijk bij *CT*- *DT* en *HT*-sneden, welke trillen volgens II 2b resp. II 1b′ en bij *GT*-sneden, welke volgens II 2c trillen.

Bij ronde *AT*- en *BT*-sneden, waarvan de trillingswijze afgebeeld is in III 1b, is het gehele vlak midden tussen boven- en ondervlak een knoopvlak. Wanneer men aan plaatjes van dit type een facet slijpt, kan men ze op deze scherpe rand inklemmen. Dit geeft ook een bijzonder verliesarme montage mogelijkheid.

Van alle hiervoor beschreven opstellingen kan men zeggen, dat ze een ideale verliesvrije ondersteuning min of meer benaderen. Bij andere montage-wijzen is dit niet meer het geval. Bij de hiervoor genoemde ronde *AT*- en *BT*-sneden b.v. kan men de

inklemming op de facetrand niet goed meer toepassen, wanneer de plaatjes zeer dun worden. Men moet dan naar een andere montage mogelijkheid omzien. Men gaat in dit geval vaak over op vierkante of rechthoekige plaatjes ; deze trillen volgens II 1b. Voor dergelijke plaatjes kan men een betrekkelijke verliesarme opstelling verkrijgen, door ze aan de hoekpunten in te klemmen, of door draadjes aan die hoekpunten te solderen. Zie foto d.

De buigingstrillers Ic en Id worden ondersteund door draadjes te solderen op de gestippelde lijnen, hoewel dit geen eigenlijke knooplijnen zijn.

In al deze niet ideale gevallen zullen de ondersteuningsorganen energie aan het trillende kristal onttrekken. Aangezien trouwens in het algemeen bevestiging op een mathematische lijn of in een mathematisch punt tengevolge van de eindige afmeting van het ondersteuningsorgaan onmogelijk is, zal door dit laatste steeds enige energie afgevoerd worden.

Het is daarom gunstig de ondersteunings-draden of pennen af te stemmen, waardoor dit verlies vermindert. Zie foto e.

In verband met het bovenstaande is het tevens verklaarbaar, dat in het algemeen plaatjes met grote massa minder demping hebben dan plaatjes met kleine massa. Kristallen voor frequentie-standaarden zal men derhalve niet te klein maken.

Stabiliteit en veroudering.

Van de hiervoor vermelde hoge waarde van Q kan men slechts profijt trekken indien de eigenschappen van het piëzo-electrische element, in het bijzonder de frequentie, tengevolge van uitwendige invloeden niet veranderen.

Hiervoor is aangegeven welke maatregelen men kan nemen om de verandering tengevolge van variatie van temperatuur, luchtdruk en vochtigheid te ontgaan; tevens is reeds iets over de montage vermeld. Hieraan kan nog toegevoegd worden, dat solderen van de ondersteuningsdraadjes aan het kristal veelal te verkiezen is boven inklemmen, aangezien bij ingeklemde plaatjes door een schok de frequentie meestal enige wijziging ondergaat.

Men heeft wel eens gedacht, dat de demping door de minder gunstige elastische eigenschappen van het soldeer, nadelig beinvloed zou worden. Inderdaad is zulks bij hoge temperatuur het geval; tot 50^0 C à 60^0 C blijkt de invloed echter gering

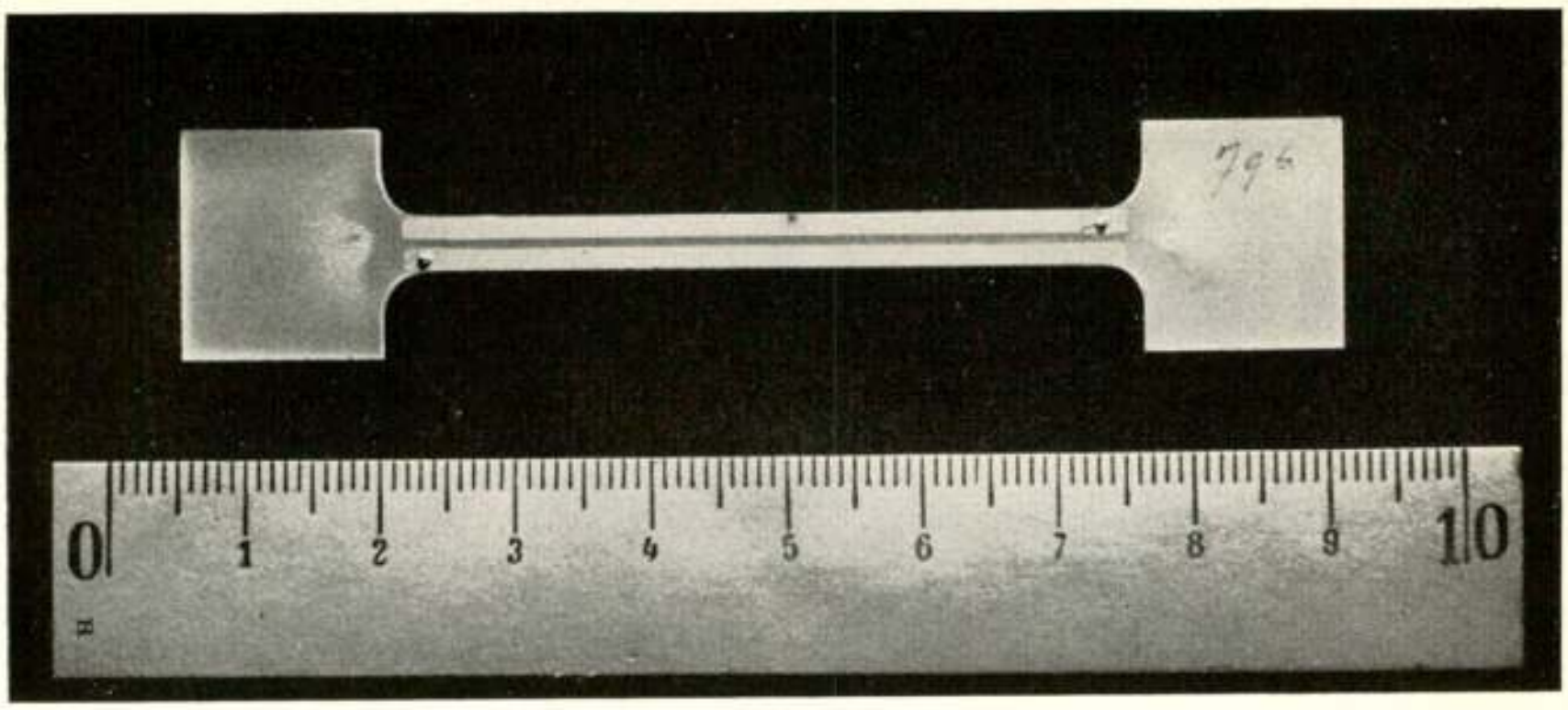


Foto. c.
Haltervormig kwartsplaatje van ongeveer 2 kHz.

Foto d.
BT-snede met ondersteuningsdraden, gesoldeerd aan de hoekpunten ; frequentie gebied ongeveer van 2,5 tot 10 M Hz.

Foto e.
CT-snede van ongeveer 1000 kHz, waarbij, teneinde de verliezen te verminderen, de aangesoldeerde ondersteuningsdraden afgestemd zijn door middel van soldeerballetjes.

te zijn, mits men de solderingen goed centreert en klein van afmetingen houdt*).

Noodzakelijk is verder, dat de eigenschappen van het piëzo-electrische element met de tijd onveranderlijk zijn, m.a.w. het element mag niet „verouderen". Aanvankelijk ondervond men last van het verschijnsel, dat van kwartsplaatjes, die gebruikt werden in niet behoorlijk afgesloten houders, de activiteit en de resonantie-frequentie zich na enige tijd gewijzigd hadden. In het bijzonder bij kristallen voor hoge frequenties trad deze moeilijkheid op. Door toepassen van een geschikte fabricage methode (etsen), en door de plaatjes in vacuum op te stellen, is dit euvel thans practisch geheel overwonnen. De frequentie-variatie tengevolge van veroudering bedraagt thans als regel niet meer dan enige delen op 10^7.

Activiteit.

Het begrip „activiteit" komt naar voren bij generatorkristallen; het is echter dikwijls weinig exact gedefinieerd. Een bekend feit is, dat twee kristallen van ongeveer dezelfde frequentie, doch van overigens verschillende eigenschappen, zich in een generator-schakeling zeer verschillend kunnen gedragen. Bij het ene kristal zal een grote hoogfrequente wisselspanning aan de uitgangsklemmen ontstaan, bij het andere zal deze klein zijn; mogelijk wil met dit laatste de schakeling zelfs in het geheel niet genereren. Men zegt dan, dat het eerste kristal een grote activiteit bezit en het tweede een kleine. Een dergelijke uitspraak zegt niet veel, temeer waar behalve van het kristal, de goede werking van de generator ook afhangt van de schakeling. Getracht is een betere definitie van de activiteit te bedenken, waarbij deze uitgedrukt wordt in de electrische grootheden van het vervangings-schema van het kristal en de electrische grootheden van de generator-schakeling.

Wanneer men voor een generator-schakeling de voorwaarde opstelt nodig voor genereren, valt deze voorwaarde uiteen in twee delen. Er blijkt aan een bepaalde faze-voorwaarde te moeten worden voldaan, terwijl verder een zekere minimale ver-

---

*) Bij duplex-kristallen kan men, indien de middenlaag niet geleidend behoeft te zijn, voor het aan elkaar verbinden van de twee kristalplaatjes inplaats van soldeer, ook een kit met gunstiger elastische eigenschappen gebruiken.

sterking vereist is. De vorm waarin deze voorwaarden geschreven worden zal afhangen van de generator-schakeling welke men gebruikt.

Aangezien de Pierce-schakeling fig. 14 een nog steeds veel toegepaste generator-schakeling is, zij hier vermeld tot welke uitkomsten de hiervoor vermelde voorwaarden in dit geval aanleiding geven.

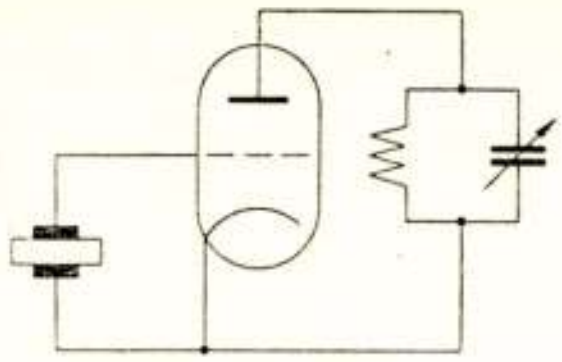


Fig. 14.

De faze-voorwaarde zegt nu, dat genereren slechts mogelijk is indien de kristal-impedantie inductief is. Het is doelmatig in dit verband in te voeren een grootheid M, „figure of merit" genaamd en gedefiniëerd als:

$$M = \frac{2\,L_k}{R_k}\,\Delta\,\omega \quad \text{waarbij } \Delta\,\omega = \omega_p - \omega_s$$

of wel:

$$M = Q\,\frac{C_k}{C_p} = \frac{Q}{a}\ ^{*)}$$

De kristalimpendantie wordt inductief als $M > 2$. Aangezien Q van de orde van 10^5 is en $C_p : C_k$ ongeveer 100 à 200, is aan de voorwaarde $M > 2$ in het algemeen gemakkelijk te voldoen, zelfs als C_p door uitwendige capaciteit aanzienlijk vergroot is.

De faze-voorwaarde is noodzakelijk maar op zich zelf niet voldoende. Zoals hiervoor reeds opgemerkt werd moet ook een minimale versterking aanwezig zijn. Nu verdeelt de wisselspanning tussen anode en kathode zich over een serie-schakeling van twee impedanties n.l. de impedantie gevormd door de anode-rooster capaciteit en de kristal-impedantie. Deze tweede voorwaarde komt er derhalve op neer, dat de kristal-impedantie voldoende hoog moet zijn. De absolute waarde van deze impedantie, die zo groot mogelijk is in de omgeving van de parallel-resonantie, is:

*) Zie de noot op bladz. 123.

$$\left| Z_p \right| = \frac{M}{\omega C_p} = R_k M^2 = R_k Q^2 \frac{C_k^2}{C_p^2} = R_k \frac{Q^2}{a^2} = \text{PI}\ ^{*)}$$

Deze absolute waarde van de impedantie wordt wel aangeduid met de naam „performance index", afgekort geschreven als PI.

Men ziet dat aan deze laatste voorwaarde minder gemakkelijk te voldoen is dan aan de faze voorwaarde. De waarde van de PI is een maat voor de amplitude die uiteindelijk opgewekt zal worden, immers is de PI groot, dan zal pas bij een grotere amplitude de gemiddelde steilheid zoveel afgenomen zijn, dat de rondgaande versterking weer 1 bedraagt. Het is derhalve aangewezen deze PI als een maat voor de activiteit van het kristal te beschouwen. Hoe groot de PI minimaal kan zijn opdat nog genereren optreedt, is zonder meer niet te zeggen, aangezien, zoals hiervoor aangeduid, dit laatste ook van factoren buiten het kristal afhangt.

De gehele hiervoor gegeven beschouwing over de „performance index" is wel erg toegespitst op het gebruik van de Pierce-schakeling als oscillator. Aangezien hierbij gewerkt wordt in de omgeving van de parallel-resonantie van het kristal, is deze schakeling volstrekt niet in alle opzichten bizonder gunstig. Op bladz. 95 is hierop reeds de aandacht gevestigd.

In de laatste tijd blijkt men dan ook meer en meer de voorkeur te geven aan schakelingen, waarbij men juist van de serieresonantie van het kristal gebruik maakt.**) In deze schakelingen, die als brugschakelingen te tekenen zijn, komt het niet aan op de PI, veeleer wordt een bijzondere waarde van de R_k verlangd. De „figure of merit" blijft in zoverre nog betekenis houden, dat ook bij deze schakelingen $M \geqq 2$ moet zijn, aangezien dit tevens de voorwaarde is voor het verkrijgen van een reëele waarde van de kristal-impedantie. Verder heeft natuurlijk ook in dit geval een hoge waarde van Q zin, in verband met de frequentie-constantheid van de generator. De amplitude van de opgewekte trilling wordt in dit soort schakelingen echter niet bepaald door de kristal-eigenschappen; deze wordt veelal op een bepaalde waarde gehouden met behulp van een quasi niet-lineair element in de brugschakeling. Het begrip „activiteit"

---

*) Onder C_p is in deze te verstaan de C_p uit fig. 1, vermeerderd met de daaraan door de schakeling toegevoegde capaciteiten.

**) Zie het hiervoor reeds aangehaalde artikel van Post en Pit.

verliest voor dit type schakelingen dus feitelijk zijn betekenis.

Een bijkomstig voordeel is nog, dat bij serieresonantie, tengevolge van de daarmee samenhangende lage impedantie, schadelijke parallel-capaciteiten weinig invloed op de generatoreigenschappen hebben.

Belastbaarheid.

Bij kwartsplaatjes, die voor telecommunicatie-doeleinden gebruikt worden, stelt men meestal geen voorwaarden aan de belastbaarheid. Dit is waarschijnlijk een gevolg van het feit, dat men onwillekeurig geneigd is te denken, dat dergelijke plaatjes als regel niet zwaar belast worden. In dit opzicht kan men zich echter lelijk vergissen. Het is daarom zeker van belang na te gaan hoever men een bepaald plaatje veilig kan belasten.

Het vervangings-schema van een trillend kwartsplaatje bevat, zoals in fig. 1 getekend is, een tak gevormd door L_k, C_k en R_k, waarin de eigenschappen, die een gevolg zijn van het trillen van het piëzo-electrische plaatje, verdisconteerd zijn, en die men daarom wel de „mechanische" tak noemt. Parallel aan deze tak is de capaciteit C_p geschakeld, die behalve de statische capaciteit van de electroden met het daartussen geplaatste kwartsplaatje, ook nog alle capaciteiten bevat, welke afkomstig zijn van de schakeling, waarin het piëzo-electrische element is opgenomen.*)

Onderwerpt men het plaatje aan een mechanische wisselspanning, dan ontstaat hierdoor een wisselstroom door de mechanische tak. Omgekeerd is de wisselstroom door de mechanische tak een maat voor de mechanische belasting van het plaatje.

Wordt het plaatje gebruikt in de serie-resonantie, dan is de stroom door C_p te verwaarlozen ten opzichte van de stroom door de mechanische tak, en de totale stroom door de tweepool van fig. 1 is dan practisch gelijk aan deze laatste. Wordt het plaatje echter bedreven in de omgeving van de parallel-resonantie, dan is de stroom door de tweepool geenzins meer een maat voor de stroom door de mechanische tak; er kan in de vliegwielkring gevormd door C_p en de mechanische tak een stroom vloeien, die vele malen groter is. De stroom door de tweepool van fig. 1 is dus op zichzelf geen maat voor de belasting van

*) Deze capaciteit C_p kan dan ook ten dele van dynamische aard zijn.

het kristal; men moet, om deze laatste te leren kennen, tevens de frequentie in de beschouwing betrekken.

Men kan aantonen, dat de maximaal toelaatbare stroom in de mechanische tak te schrijven is als:

$$i_{max} = C \,.\, \Psi(l, b, d)$$

Hierin is C een constante, die samenhangt met de trillingswijze, de mechanische spanning waarbij breuk optreedt, de piëzo-electrische coëfficiënt die het verband aangeeft tussen electrische lading en mechanische spanning en een zekere veiligheids coëfficiënt.

TABEL II $\quad i_{max} = C \,.\, \Psi(l,b,d)$ mA

NAAM VAN DE SNEDE	OPPERVLAK ELECTRODEN	FREQUENTIE EVENREDIG MET	C mA.mm^{-1}	$\Psi(l,b,d)$ mm	TRILLINGSWIJZE EN OPMERKINGEN
AT-SNEDE	b.l	1 : d	0,15	bl : d	II 1b of III 1b
BT-SNEDE	b.l	1 : d	0,10	bl : d	
X-SNEDE	b.l	1 : d	0,40	bl : d	II 1a of III 1a
X-SNEDE +5°	b.l	1 : l	0,55	b	II 2a
X-SNEDE -18°	b.l	1 : l	0,45	b	
GT-SNEDE	b.l	1 : l	0,30	b	II 2c l < b
CT-SNEDE	b^2	1 : b	0,25	b	II 2b
DT-SNEDE	b^2	1 : b	0,15	b	
HT-SNEDE	b.l	1 : b	0,25	l	II 1b'
X-SNEDE +5° DUPLEX	b.l	d : l^2	—	bd : l	I c

De functie Ψ (l, b, d), die uitsluitend van de afmetingen afhangt, heeft steeds de dimensie van een lengte.

In de tabel II zijn voor een aantal kwartssneden de waarden van de constante C*) en van de functie Ψ (l, b, d) aangegeven.

Opgemerkt wordt, dat bij de afleiding van de uitdrukking voor de maximaal toelaatbare stroom in de mechanische tak, uitgegaan werd van de veronderstelling, dat het piëzo-electrische plaatje slechts één trilling uitvoerde. Zijn er nevenfrequenties, dan wordt de mechanische spanning hierdoor groter. Bovendien is er van uitgegaan, dat de electroden het plaatje geheel bedekken.

*) De hier gegeven waarden van C zijn waarschijnlijk nog wel voor correctie vatbaar.

Verder dient men te bedenken, dat de maximaal toelaatbare stroom die stroom is, welke men nog toe kan laten, zonder dat gevaar voor breuk ontstaat. Dit wil geenszins zeggen, dat het ook verstandig is de belasting zo hoog op te voeren. Wanneer veel prijs gesteld wordt op een constante frequentie is een hoge belasting van het plaatje zeker ongewenst. In het bijzonder voor frequentie-standaarden zal men, indien mogelijk, de belasting belangrijk lager kiezen, dan met de hiervoor genoemde waarde van i_{max} overeenkomt.

Een aanwijzing of een kristal zwaar of licht belast is, vindt men in de wijze waarop het kristal veroudert. Normaal is dat de frequentie van een nieuw gefabriceerd plaatje met de tijd toeneemt, aanvankelijk snel, daarna langzamer, totdat een eindtoestand, na verloop van soms zeer lange tijd asymptotisch benaderd wordt. Is een plaatje evenwel zwaar belast, dan neemt de frequentie met de tijd af. In tegenstelling met het normale verouderen is dit laatste verschijnsel omkeerbaar. Vermindert men de kristalstroom, dan veroudert het kristal verder op de normale wijze.

Slotbeschouwing.

In het voorgaande is getracht een beeld te geven van de eigenschappen van piëzo-electrische elementen voor de telecommunicatie-techniek. In het bijzonder zijn daarbij die punten naar voren gebracht, die van belang zijn voor degene die piëzo-electrische elementen moet gebruiken, opdat hij er mee bekend zal zijn wat hiermee mogelijk is en met welke beperkingen hij rekening dient te houden.

Wanneer men de huidige stand van onze kennis in deze materie vergelijkt met die van 15 jaar terug, valt het op, dat inzichten en begrippen, die voor een groot deel reeds lang bekend waren, langzamerhand gemeen goed zijn geworden. Van een wetenschappelijke merkwaardigheid is het piëzo-electrische element geworden tot een constructie-onderdeel van de telecommunicatie ingenieur. Er is thans een vrij volledig beeld ontstaan van wat men practisch met piëzo-electrische elementen kan doen en voor welke frequentie-gebieden toepassing ervan nut heeft. De eisen, die men voor diverse toepassings-mogelijkheden moet stellen, zijn goed bekend. De fabricage en de montage der plaatjes is verbeterd en vereenvoudigd.

Het voorgaande wil geenszins zeggen, dat geen verdere ontwikkeling meer te verwachten is. Vooral op het gebied van synthetische piëzo-electrische stoffen, en mogelijk ook op dat van stoffen als de genoemde titanaten, liggen nog vele mogelijkheden.

Een afdeling van het Radio-laboratorium van de PTT houdt zich sinds vele jaren vrij intensief bezig met ontwikkelingswerk op het gebied van piëzo-electrische kristallen. Wanneer daarbij zekere resultaten zijn bereikt, dan is dit niet het werk van een enkeling, maar integendeel het gevolg van een uitstekende samenwerking tussen allen, die aan deze afdeling in de loop der tijd verbonden zijn geweest.

's-Gravenhage, Radio Laboratorium P.T.T.

Discussie

Ir P. Zijlstra: Wat is de hoogste frequentie waarop kristallen voor oscillatoren gebruikt kunnen worden, speciaal in verband met Amerikaanse publicaties waarbij de kristallen in hogere harmonischen worden aangestoten?

Ir J. J. Vormer: De hoogste grondfrequentie waarvoor wij kwartsplaatjes gemaakt hebben is ongeveer 22 M.Hz. Men kan hoger frequenties bereiken door het plaatje in een harmonische aan te stoten.

Hiertoe is echter een speciale schakeling nodig. Met de normale Pierceschakeling gaat het beslist niet.

De Amerikanen geven op dat het dan mogelijk is een plaatje in de 25e harmonische aan te stoten. Wij zelf hebben goede resultaten gehad met 5e en 7e harmonischen. Hogere harmonischen hadden voor ons geen zin.

Drs J. L. Verster: Zijn de glazen ballonnetjes geëvacueerd?

V. Inderdaad.

Drs J. L. Verster: In hoeverre heeft men last van toenemen van de temperatuur doordat de warmteafgifte, door het geringe warmtecontact van kristal met de omgeving, niet groot kan zijn?

Plaatst men de geëvacueerde buisjes, bij oscillatoren met grote frequentie-constantheid, in een thermostaat?

V. Inderdaad veroorzaakt de, in het kristal gedissipeerde, energie een temperatuur verhoging. Waar de inwendige verliezen echter klein zijn, is dit effect meestal gering. Slechts voor hoge frequenties wordt het merkbaar. Indien het zou storen, kan men de ballon met droge lucht of een ander gas vullen. Hierdoor verkrijgt men een gunstiger warmteoverdracht.

Als een grote frequentie-constantheid gewenst is, worden de ballonnetjes in een thermostaat geplaatst.

A. van Sluiters: Is de bruikbaarheid van spoelen in kristalfilters wezenlijk gunstig beinvloed door het gebruik van ferrieten als kernmateriaal?

V. Wij hebben met dit materiaal in kristalfilters geen ervaring.

De geringe verliezen lijken, in dit verband gunstig. Echter is ook de stabiliteit en de eigencapaciteit van de spoelen van groot belang.

Ir L. A. W. van der Lek: In hoeverre zijn wel eens bandfilterkarakteristieken waargenomen bij optreden van nevenfrequenties?

V. Inderdaad zou men kunnen denken aan een praktisch gebruik van dit effect. Een ernstig bezwaar tegen toepassing is echter het verschil in temperatuur-afhankelijkheid van de beide frequenties.

v. d. L.: Zijn er torsietrillingen aan staafvormige kristallen waargenomen?

V. Dit is zeer zeker het geval. Hun opwekking vereist echter een speciale electroden-opstelling.

Ir H. de Lange, maakt de opmerking dat in de oorspronkelijke

publicatie van Pierce, verschillende oscillator-schakelingen met kwartskristallen zijn aangegeven.

Spreker zou daarom willen voorstellen deze schakeling ter onderscheiding van de brugschakeling, aan te duiden met $t_p \rightarrow t_g$ resp. Colpittsschakkeling, in analogie, met dezelfde oscillator-schakelingen met zelfinductie en capaciteit.

Octrooien

Openbaar gemaakt 15 Maart 1950.

O.A. 106799 kl 95d3a, Western Electric. Inrichting voor het koppelen van een symmetrische lijn met een onsymmetrische lijn, waarbij de gelijkfasige spanningen die via de symmetrische lijn binnenkomen, worden gecompenseerd.

O.A. 118386 kl 95d2h2. Bell Telephone. Werkwijze voor het bedrijven van een balansversterkertrap in roosterbasisschakeling met een vermogensversterking van ongeveer twee.

O.A. 94512 kl 95g5a, Western Electric Golffilter van het overbrugde T-type, waarbij de serietakken van het filter bestaan uit de twee helften van een gemeenschappelijk kristal.

O.A. 120588 kl. 95m10h. N.V. Philips. „Diversity-ontvanginrichting waarbij een signaal in een aantal op enige afstand van elkaar gelegen ontvangpunten wordt opgevangen.

O.A. 123868 kl. 21e11a. N.V. Philips. Inrichting voor het meten van gelijkspanningen met behulp van een electronenstraaloscillograaf.

O.A. 128742 kl. 95d7. Western Electric. Compensatie van de tegenkoppeling die optreedt bij een inrichting voor ultrahoogfrequente trillingen met een versterkerbuis in roosterbasisschakeling.

O.A. 133119. kl. 95a5a1. Patelhold. Door een kristal bestuurde generator, waarbij het kristal in serieresonantie trilt.

He.

Boekbespreking

O. S. Puckle: *Tijdbasis-schakelingen.* — Vertaald uit het Engels door Ir S. V. Kaplan. 1949, 244 blz. *f* 12.—. — N.V. Uitgeversmaatschappij Æ. E. Kluwer, Deventer.

In dit boek, dat door een bij uitstek deskundige is geschreven, vindt men een zeer volledige opsomming van tijdbasis-schakelingen, zoals deze voor allerlei doeleinden worden gebruikt. De nadruk valt vooral op die schakelingen, die worden toegepast bij het zichtbaar maken van allerlei verschijnselen op een oscillograaf. Vandaar dan ook dat er naast de tijdbasis, die zaagtandvormige spanningen of stromen aflevert ook aandacht wordt gewijd aan de spiraalvormige en radicale tijdbasis.

De meeste schakelingen, die worden behandeld zijn bedoeld voor electronenstraalbuizen met statische afbuiging. Aan de magnetische deflectie, die thans algemeen in de televisie wordt toegepast, wordt slechts weinig aandacht geschonken. De in de laatste jaren ontwikkelde afbuigschakelingen voor televisie zal men er vergeefs zoeken, wel wordt het prototype van deze schakelingen, de Blumlein-tijdbasis, behandeld.

Aan het boek is een zeer nuttig aanhangsel toegevoegd, waarin verschillende onderwerpen worden behandeld, die in dit verband van interesse zijn, zoals: de electronenstraalbuis, karakteristieken van gasontladingsbuizen, differentieer- en integreer-schakelingen, „vierkante" spanningen enz.

Men zou er over kunnen twisten of het zin heeft boeken als deze uit het

Engels in het Nederlands te vertalen, omdat het de vraag is of de lezerskring hier effectief veel door wordt vergroot. Het staat echter wel vast dat vele Nederlandse electro-technici er goed aan zouden doen zich de inhoud van dit boek eigen te maken.

De vertaling van sommige uitdrukkingen kan niet altijd even juist geacht worden. De leesbaarheid is hier echter niet minder om. De lezer wordt hierdoor juist geconfronteerd met de moeilijkheid om voor nieuwe technische begrippen een goede Nederlandse uitdrukking te vinden.

J. H.

Radiolampen Vademecum 1950. — P. H. Brans, Antwerpen, 8e druk, 508 pag.

De 8e druk van het bekende Vademecum verschilt met de vorige o.a. door de samenvoeging van de 2 delen tot één. Aan de wijze van rangschikking der gegevens is niets veranderd.

Nieuw is de vermelding van buizen met 9 elementen, de nonoden, de phasetrons, planar-trioden enz.

Bijzondere aandacht wordt besteed aan de buizen voor ultra-hoge frequenties. Het werk vormt een zeer te waarderen vraagbaak.

W. O.

Piezoelectric Crystals and Their Application to Ultrasonics. by Warren. P. Mason. van Nostrand, New York 1950. 12 + 508 bladz.; geïllustreerd; afmetingen 15 x 22 cm. Prijs $ 7.50.

W. P. Mason heeft in dit boek een overzicht gegeven van onderzoekings- en ontwikkelingswerk, dat vooral de laatste 10 à 15 jaar op de Bell Telephone Laboratoria, op piëzoelectrisch gebied is verricht. De lezer vindt hier een schat van technische gegevens o.a.: de vrijwel volledige metingen van de, voor de toepassing voornaamste physische constanten van nieuwere piëzoelectrische materialen als:

A D P (ammoniumdihydrophosphaat)
K D P (kaliumdihydrophosphaat)
E D T (aethyleendiaminetartraat)
D K T (bikaliumtartraat)

Bovendien is er een hoofdstuk, dat betrekking heeft op gebruik en toepassing van kwarts.

De behandelde toepassingen zijn niet beperkt tot ultrasone doeleinden, zoals de titel ten onrechte zou doen vermoeden. Trouwens de voornaamste beweegredenen, die tot het onderzoek dezer nieuwe materialen hebben geleid, zijn ongetwijfeld te zoeken bij de telefoon-technische toepassing in draaggolfsystemen.

Het boek is bedoeld als een systematische samenvatting der talrijke publicaties van de schrijver op piëzoelectrisch gebied. Als zodanig kan men er de resp. wijzigingen van notatie conventies, zoals deze in de loop der jaren door normalisatie commissies zijn aanbevolen, nog gedeeltelijk in terugvinden. Dit is uiteraard een omstandigheid, die kristalphysische literatuur enigszins ontoegankelijk maakt voor de niet direct ingewijde.

De schrijver zelf heeft echter een belangrijke stoot gegeven, tot het gebruik van een meer rationele symboliek in een artikel in de „Bell System Technical

Journal" No 1, Jan. 1947, p. 80, „W. P. Mason, First and second order equations for piëzoelectric crystals expressed in tensor form".

Hierin wordt de samenhang met oudere notatie-gewoonten uitvoerig besproken, zodat het mag dienen als dictionnaire om diverse publicaties in één zelfde taal over te zetten. Ook in dit boek is een uitvoerige appendix aan dit onderwerp gewijd.

Tot slot zij vermeld, dat een hoofdstuk handelt over electrostrictie verschijnselen en de daarmee samenhangende geïnduceerde piëzoelectrische eigenschappen. Het in de laatste tijd belangrijk geworden keramische materiaal Bariumtitanaat wordt in dit verband uitvoerig besproken.

E. J. P.

Erkenning van opleidingsinstituten

Namens het N.R.G. zijn erkend als opleidingsinstituten tot Radiotechnicus, de Middelbare School voor Radiotechniek, Meent 551, 's Gravenhage, en het Amsterdamsch Radio Instituut, Dir. Mr W. Broertjes, Westeinde 12, Amsterdam.

Mededeling van het „Nederlands Nationaal Comité van de U.R.S.I."

Het Bestuur van het „Nederlands Nationaal Comité van de U.R.S.I." brengt hierbij onder de aandacht van belangstellenden, die geen zitting hebben in dit „Comité", dat het eerstvolgende U.R.S.I.-congres zal worden gehouden te Zürich, van 11—23 September 1950.

Teneinde toegang te hebben tot dit congres, wordt men verzocht, zich *zo spoedig mogelijk* in verbinding te stellen met ondergetekende, bij wie introducties zijn te verkrijgen.

In het zojuist ontvangen voorlopige programma wordt in verband met de Hotel-accommodatie te Zürich aangedrongen op grote spoed wat betreft de hotel-bespreking (vóór 1 Juli 1950). Het lijkt gewenst, dit bespreken centraal door het secretariaat van het „Nederlands Nationaal Comité", te doen geschieden, alwaar tevens nadere bijzonderheden gaarne worden verstrekt.

Het Bestuur van het „Nederlands Nat. Comité",
Ir M. L. TOPPINGA, Secr.
Vlakte van Waalsdorp, 's Gravenhage.

Nieuwe leden

Drs H. J. A. Vesseur, Biltstraat 29, Utrecht.
M. C. Vrolijk, Zuiderparklaan 171, 's Gravenhage.
Ir A. J. Leenhouts, Maarten Trompstraat 26, Delft.
Ir M. Rietveld, Cliviastraat 2, Rotterdam.

Voorgestelde leden

Ir J. W. Baurdoux, Sparrenlaan 28, Hilversum. Werkzaam bij de N.V. Philips' Telecommunicatie Industrie te Hilversum.

G. van Reyen, Oude Delft 100, Delft, candidaat-electrotechnisch Ingenieur.

Ir A. Verwoerdt, Kornoeljestraat 84, 's Gravenhage. Werkzaam op het Centraal Laboratorium der P.T.T. (Radio-lab.).

Ir J. Th. Poley, Groot Hoefijzerlaan 42, Wassenaar, werkzaam op het Physisch Laboratorium RVO-TNO, te Waalsdorp.

Ir S. Duinker, Verspronckweg 82, Haarlem, assistent aan de T.H. te Delft.

Eventuele bezwaren tegen toelating als lid moeten binnen 14 dagen aan de secretaris van het N.R.G. worden toegezonden.

Ontvangen Tijdschriften enz.

Journal of the Franklin Institute, Maart, April 1950.
Wireless Engineer, April, Mei 1950.
Nat. Bureau of Standards, Basic Radio Predictions for July, Augustus 1950.
Nat. Bureau of Standards, Technical News Bulletin Vol 34, Nr. 2, 3.
Annales des Télécommunications, Tome 5, Nrs 3-4 1950.
U.R.S.I. Bulletin, Maart-April 1950.
Radio Revue, April, Mei, Juni 1950.
De Ingenieur, Jrg. 61, Nrs 13-20, 1950.
Tijdschrift voor Radiotechniek, Jrg. 4, Nrs 3, 4, 5.

TIJDSCHRIFT
VAN HET
NEDERLANDS RADIOGENOOTSCHAP

TIJDSCHRIFT

VAN HET

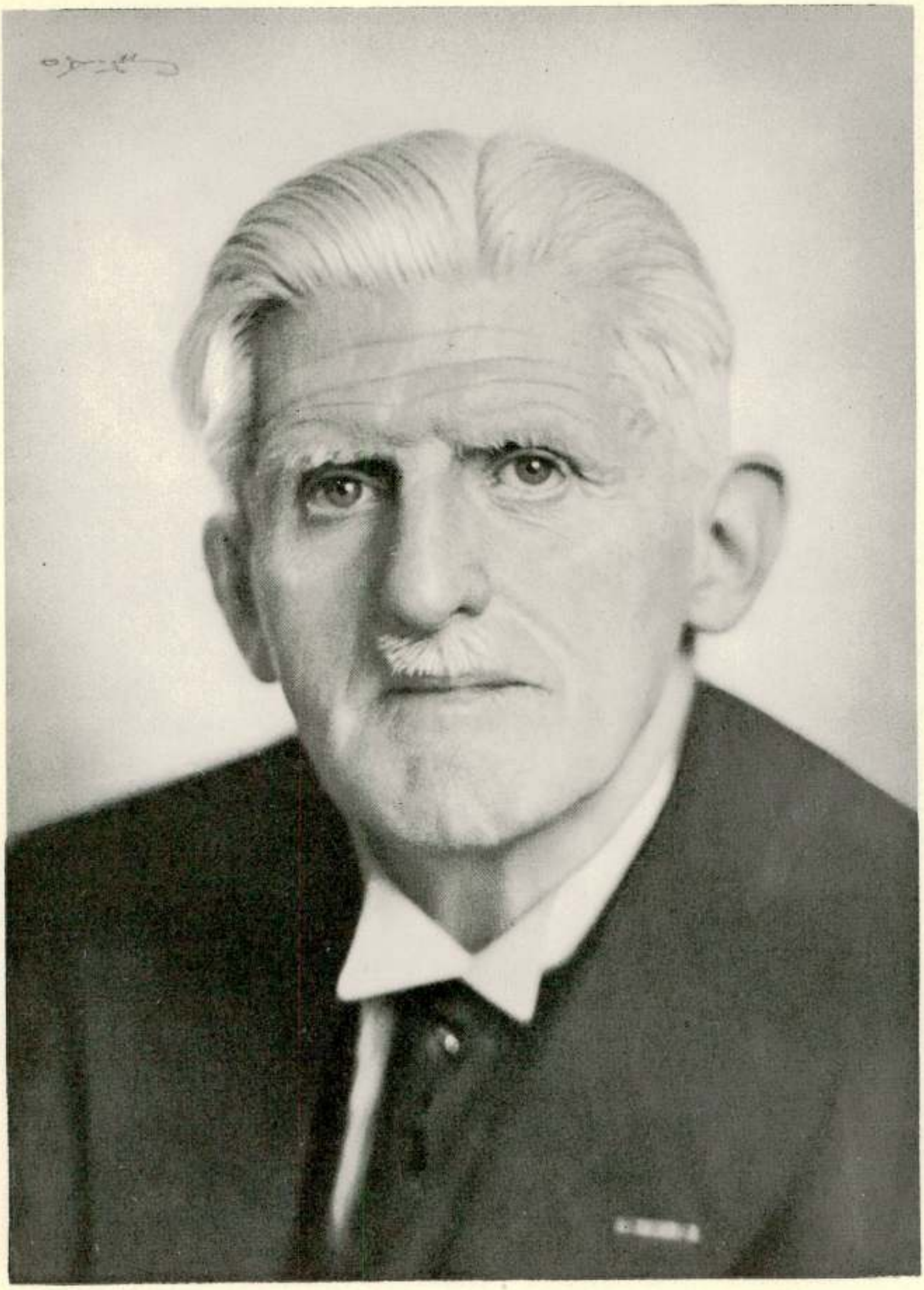
NEDERLANDS RADIOGENOOTSCHAP

GEDENKNUMMER

UITGEGEVEN DOOR HET
NEDERLANDS RADIOGENOOTSCHAP

Op 5 October 1949 bereikte Prof. Jhr Dr G. J. Elias de zeventigjarige leeftijd en als gevolg daarvan legt Elias thans zijn taak als hoogleraar aan de Technische Hogeschool neer. Elias behoorde tot degenen die in 1920 het initiatief namen tot oprichting van het Nederlands Radiogenootschap en was zijn eerste voorzitter, welke functie hij tot 1927 vervulde. Bij zijn aftreden benoemde het Radiogenootschap hem tot zijn erelid als dank voor het vele dat hij in de daaraan voorafgaande jaren voor het Genootschap had gedaan. Door de jaren heen heeft Elias voor het Genootschap vele voordrachten gehouden en vele artikelen doen verschijnen in het Tijdschrift van het Nederlands Radiogenootschap, deels van hem alleen, deels in samenwerking met zijn leerlingen, en zodoende doen blijken, niet alleen van een steeds werkende geest, doch ook van zijn voortdurende belangstelling voor de werkzaamheden van het Genootschap. Voor het overgrote deel mogen de leden van het Genootschap zich zijn leerlingen noemen. Dit bleek nog weer duidelijk toen Elias voor enkele jaren zich bereid verklaarde nogmaals een voordracht voor het Genootschap te houden. Velen kwamen toen om hun leermeester opnieuw te mogen horen. Het Nederlands Radiogenootschap heeft daarom gemeend bij het aftreden van Elias als hoogleraar een bijzonder nummer van het Tijdschrift aan zijn erelid te mogen aanbieden, gevuld door bijdragen van leerlingen en vrienden, als bewijs van dank voor het vele dat Elias voor hen in het algemeen en voor het Nederlands Radiogenootschap in het bijzonder heeft gedaan.

Het Bestuur van het
Nederlands Radiogenootschap



Prof. Jhr Dr G. J. Elias

Prof. Jhr Dr G. J. Elias bereikte gedurende de cursus 1949-1950 de zeventigjarige leeftijd, hetgeen voor hem en voor de Technische Hogeschool, bij de in dit land geldende regelingen, met zich mede brengt, dat een ontslag gevraagd en gegeven wordt waarnaar door geen van beiden wordt verlangd.

Nu mij, als een der vele leerlingen van Prof. Elias, de eervolle taak te beurt valt om in het herdenkingsnummer van het Tijdschrift van het Nederlands Radiogenootschap, dat dit Genootschap aan zijn erelid opdraagt, woorden te wijden aan de persoon en het leven en werken van Jonkheer Gerhard Joan Elias, zie ik mij gesteld voor een opgave, waartegen mijn krachten niet zijn opgewassen. Om het streng uit te drukken: het is voor de wetenschap onmogelijk om de volle werkelijkheid adequaat uit te drukken, al ware het alleen omdat daartoe de wetenschappelijke beschouwer zich buiten deze zelfde werkelijkheid zou moeten kunnen plaatsen. Hebben de wijsgeren dit reeds vele eeuwen geleden ingezien, de theoretische natuurkunde, waar het arbeidsveld van Prof. Elias te zoeken is, weet dit thans ook en met de volle zekerheid, welke deze wetenschap steeds heeft gekenmerkt. Een der grootste ontdekkingen van de theoretische Natuurkunde gedurende de laatste halve eeuw is wel het begrip der complementariteit. Maakt men zich op om met alle ter beschikking staande experimentele middelen de plaats van een elementair deeltje in bepaalde omstandigheden te bepalen, dan maakt men het zichzelf onmogelijk om te gelijkertijd daarvan de impuls of de snelheid te meten. Is dit dus reeds een bij een elementair deeltje uit de aard der zaak voortvloeiende en in de rede liggende onmogelijkheid, hoe moet het dan niet gesteld zijn met ons kenvermogen, indien wij komen te staan tegenover een elementaire menselijke eenheid, tegenover een persoon?

Gaan we er van uit, dat de voor de Natuurkunde moderne inzichten alleen te verwerken zijn, indien men begrijpt, dat een deeltje niet een afgescheiden entiteit vormt, waarvan bepaalde

manifestaties voor ons zo nu en dan waarneembaar en meetbaar worden, doch slechts een aspect van de gehele en volle werkelijkheid en dragen we dit door een stoutmoedige extrapolatie over op de elementaire menselijke eenheid, dan gaan we iets bevroeden van de waarheid, dat ook een mens niet een van de anderen afgescheiden eenheid vormt, doch slechts een aspect van het grootse en geestelijke geheel.

Beseft men dit, dan krijgt men ook vrede met de ons mensen aanklevende vergankelijkheid. Hierin wordt dan immers de waarheid van ons inzicht bevestigd, dat we niet op ons zelf zijn gesteld en, los van het geheel, geen werkelijk bestaan hebben.

Indien ik me thans vermeet om te spreken over het leven en werken van Prof. Elias, hetgeen onvermijdelijk ook een oordeel in zich houdt, dan is dit slechts mogelijk, omdat het leven van deze geleerde mij voorkomt als een levende bevestiging van het hierboven geformuleerde inzicht.

Toen ik in 1923 voor het eerst kennis maakte met de door Prof. Elias gedoceerde wetenschap en geimponeerd door de grootsheid van het theoretische gebouw, dat hij in volle strengheid voor ons optrok, tegen hem opzag, kon ik niet vermoeden dat hij eens mijn promotor zou zijn en nog minder dat hij mij eens naast zich zou roepen om mij een onderwijstaak op de schouders te leggen.

De persoonlijke eigenschappen van de docent droegen er niet weinig toe bij dit respect tot een heilig ontzag te doen uitzetten. Niet alleen doceerde hij ons met volle helderheid de theorie van de electriciteit, doch ook omtrent onvolkomenheden, die hij bij ons opmerkte, liet hij geen mogelijkheden van twijfel open. We hadden maar te zorgen dat we ons naar de vormen gedroegen, die een student betamen en wee degeen, die onvoldoende voorbereid op een tentamen verscheen. „Ik begrijp niet, wat U hier eigenlijk komt doen" was dan de hooggeleerde conclusie waarmede de student het moest stellen. Het is in strijd met de gewoonten van de Technische Hogeschool om in het openbaar mededelingen te doen van het in Afdelingsvergaderingen besprokene, doch ik hoop op toegeeflijkheid, als ik daartegen dit keer zondig. Omtrent een laag cijfer van een candidaat voor een van de vakken van Prof. Elias merkte deze laatste verklarend op: „Ja, die man wist er nou niets van. Ik heb hem gevraagd: „Mijnheer wat komt U hier eigenlijk doen?" Het gelach, dat op deze woorden volgde deed de Hooggeleerde verbaasd rondzien, hetgeen de vrolijkheid nog vermeerderde.

Dat laatste wordt begrijpelijk, indien men weet, dat de allermeeste van de om de tafel vergaarde hooggeleerde leerlingen van Prof. Elias waren en deze zo karakteristieke opmerking het verleden voor hen deed herleven.

Voor wie de mens Elias van meer nabij heeft leren kennen is het steeds weer een reden tot verwondering, dat een zo grote weldadige invloed van een zo bescheiden mens uitgaat. Jonkheer Gerhard Joan Elias werd 5 October 1879 te Arnhem geboren. In 1897 deed hij eindexamen voor de hogere burgerschool. Hij studeerde daarna enige tijd aan de voormalige Polytechnische School te Delft. In 1898 legde hij het B-examen voor werktuigkundig ingenieur af. Klaarblijkelijk trok zijn hart toch meer naar de theoretische vakken, althans in 1899 doet hij eindexamen gymnasium, waarvan het einddiploma in die tijd voor een universitaire studie vereist was. In één winter overbrugde de jonge man de kloof tussen het eindexamen van de hogere burgerschool en dat van het gymnasium, hetgeen wel een getuigenis geeft van zijn bekwaamheden en werkkracht. Daarna studeerde hij wis- en natuurkunde aan de Rijksuniversiteit te Utrecht. Hij deed met lof het doctoraal examen en promoveerde 28 Mei 1909 op een proefschrift getiteld: „Anomale magnetische draaiingsdispersie in verband met selectieve absorptie".
De doctorale graad werd eveneens verkregen met de toevoeging „met lof". In de jaren 1903 tot 1905 was Elias assistent aan het natuurkundig laboratorium van de Rijksuniversiteit te Utrecht.

In 1906 werd hij assistent bij het Bosscha-laboratorium van Prof. H. Dubois te Berlijn. In 1910 volgde zijn aanstelling bij het laboratorium van Teyler's Stichting te Haarlem. In 1911 werd hij toegelaten als privaat-docent aan de Rijksuniversiteit te Utrecht, waar hij, tijdens de ziekte van de hoogleraar dr C. H. Wind, diens colleges waarnam. Daarna kwam de overgang naar de Technische Hogeschool te Delft. Elias werd daarheen geroepen om naast de hoogleraren Feldmann en Hallo onderwijs te geven in de theoretische electriciteitsleer.

De ambtelijke gegevens luiden: Met ingang van 1 Juli 1916 zag hij zich de waarneming van het onderwijs van Prof. Dr G. J. van Swaay in de Electrotechniek aan de Technische Hogeschool te Delft opgedragen. Hij hield 26 September 1916 zijn inaugurele oratie over „De ontwikkeling der electriciteitsleer in haren samenhang met de electrotechniek".

Hiermede werd de lange en zo vruchtbare periode ingeleid, waarin Elias, tot zegen van het Hoger Onderwijs, aan onze Technische Hogeschool heeft gewerkt en gedoceerd. Er is welhaast geen Delfts electrotechnicus, die niet zijn leerling is geweest. Allen zijn hem dankbaar voor de wijze, waarop hij hen heeft bijgestaan bij het vormen van een wetenschappelijk inzicht in de grondslagen van ons vak.

Velen van hen zullen dit bericht met argusogen lezen om na te gaan of wel de vele voortreffelijke eigenschappen van onze geliefde leermeester voldoende tot hun recht komen. Moge ik, tot hen sprekende, hier vaststellen, dat, hoewel mijn krachten hiertoe geheel ontoereikend zijn, Uw gevoelens ook de mijne zijn.

De wijze waarop Elias voor ons heeft gezwoegd en gewerkt is boven onze lof en critiek verheven.

Het strenge critische denken, dat overal en altijd van hem uitstraalt en waardoor een zo groot aantal ingenieurs in hun ontvankelijke jaren blijvend zijn beinvloed, is van onschatbare waarde geweest voor de technische wetenschap in ons land.

Van meet af aan zijn vele colleges door hem opgebouwd, zowel op het gebied van de theorie der wisselstromen, de theorie van het electromagnetische veld als ook op de vooral in de vroegere jaren voor de electrotechnicus, verder liggende gebieden als de ontlading in gassen, het onderzoek van de ionosfeer, niet-lineaire verschijnselen in electrische ketens, enz. enz. De voortreffelijke werken, die Elias ons heeft geschonken: de „Theorie der Wisselstromen" en de „Theorie van het Electromagnetische veld", leggen hiervan getuigenis af.

Het moge velen zijn opgevallen, dat in het eerstgenoemde werk weinig wordt geciteerd. De verklaring daarvoor is eenvoudig en kenmerkend voor de wijze van werken van Elias. Veel ervan is origineel werk en was in de tijd, dat het tot stand kwam, ook nieuw, doch werd slechts niet als zodanig voorgedragen of gepubliceerd.

De meeste studies van Elias werden gepubliceerd in het „Tijdschrift van het Nederlands Radiogenootschap", waarvan het aan hem gewijde nummer thans voor U ligt. Reeds in deel I, No 6, van Juli 1922 treffen wij een publicatie aan, getiteld: „Het electromagnetische veld van een zender". Ook thans nog is deze studie een grondige lezing ten zeerste waard. Behalve een overzicht van de op dit terrein bestaande problemen, treft

men er reeds beschouwingen aan omtrent de stroomverdeling in een lineaire straler en wordt de weg gewezen, hoe men met behulp van een Fourier-ontwikkeling deze verdeling uit de randvoorwaarden moet kunnen afleiden. Als men bedenkt hoe ook thans nog met dit probleem wordt geworsteld en men langs geheel andere weg tracht de grote mathematische moeilijkheden die hier optreden te overwinnen, (hieraan zijn de namen van Hallén, King, Boukamp e.a. verbonden), dan ziet men hoe diep de inzichten van Elias grijpen.

In deel II, No 2, Dec. 1923, blz. 23 vinden we beschouwingen over: „Het electrostatisch veld van een triode". Deze publicatie is voor de vakman op dit terrein klassiek te noemen. In de in dit nummer aan te treffen bijdrage van Jonker wordt een dankbaar gebruik gemaakt van de in deze studie bereikte resultaten.

Dan is er een lange reeks van publicaties betreffende het onderzoek van de ionosfeer, gedeeltelijk in samenwerking met leerlingen en assistenten tot stand gekomen. Met hoeveel liefde en toewijding heeft Elias hieraan gewerkt! Reeds in deel II, No 1, Sept. 1923, blz. 1, geeft Elias; „Enkele beschouwingen over de Heaviside-laag". Hierin wordt een poging gedaan om aan de hand van de toenmaals bekende experimentele gegevens een theorie op te stellen omtrent de oorzaken en de structuur van deze laag. Hierin werd voor de eerste maal beschouwd, hetgeen thans de Chapman-laag wordt genoemd. (zie hiervoor het boek van Bremmer: Terrestrial Radio-waves, blz. 214 en voetnoot). Dat hieraan niet de naam van Elias werd verbonden moet worden betreurd, doch dit is vaak het lot van een bescheiden geleerde, die in een klein taalgebied leeft en werkt.
Behalve in het Tijdschr. v. h. Ned. Radiogen. werd ook in andere tijdschriften over het onderzoek omtrent de Heaviside-laag gepubliceerd. In samenwerking met C. G. H. von Lindern, G. de Vries, J. A. de Bruïne, M. R. A. Deurvorst werd ook fundamenteel experimenteel werk verricht.

De jaargangen van ons Tijdschrift leggen hiervan getuigenis af. Een ieder, die ze doorbladert zal hierdoor worden getroffen.

In Elektrische Nachrichten Technik, 1931 (blz. 4 e.v.) treft men onder de titel: „Das Verhalten elektromagnetischer Wellen bei raümlich veränderlichen elektrischen Eigenschaften", een samenvatting aan van de vóór die datum liggende onderzoekingen van Elias.

Een prachtig getuigenis van de inzichten van Elias op dit gebied wordt gevormd door het onder zijn leiding tot stand gekomen proefschrift van Van der Wyck, waarin de problemen, met betrekking tot de uitbreiding van electromagnetische golven in een medium met veranderlijke electrische eigenschappen, bij inachtneming van een magnetisch veld, met grote volharding en voor zover de mathematische moeilijkheden dit maar veroorloofden, in beginsel voor de „Elias-laag" zijn opgelost.

Dat de hierin gevonden uitkomsten voor de practicus wellicht nog niet hanteerbaar zijn is uitsluitend te wijten aan de ingewikkelde uitdrukkingen, waartoe men tenslotte geraakt.

Er ligt hier een grote taak voor de toegepaste wiskunde, deze resultaten voor de practicus in een hanteerbare vorm te brengen.

Hoezeer ook in de huidige jaren het ionosfeeronderzoek de belangstelling en liefde van Elias heeft behouden blijkt wel uit het vele werk, dat op experimenteel gebied onder zijn leiding door de jonge ingenieur van Berkel werd verricht.

Moge hier met nadruk de grote verdienste van Elias worden vastgesteld en met volledige overtuiging zijn inzicht worden onderschreven, dat voor de electrotechnisch ingenieur, die zich voor een loopbaan op het gebied van de Radiotechniek bekwaamt een grondig inzicht in de eigenschappen van de ionosfeer onmisbaar is.

Het is voor de Afdeling Electrotechniek en voor mijzelf een ereschuld alles te doen, wat in ons vermogen ligt om dit werk van Elias in zijn geest voort te zetten en de jonge electrotechnicus van de grote betekenis hiervan te doordringen.

Naast dit werk omtrent de ionosfeer heeft Elias, ook weer in samenwerking met leerlingen en assistenten, originele onderzoekingen verricht omtrent wat hij pleegt te noemen: niet lineaire verschijnselen in electrische ketens. Een aantal publicaties, o.a. in samenwerking met Miedema en Duinker zijn in de laatste jaargangen van het Tijdschrift te vinden.

Zijn behandelingswijze van de moeilijke problemen op dit gebied acht ik zeer origineel en waardevol. Ook voor dit door Elias in Delft ingevoerde vak geldt hetgeen hierboven omtrent het ionosfeeronderzoek werd opgemerkt.

Naast het werk, dat hierboven werd omschreven, heeft Elias voor een honderdtal leerlingen het toezicht gehad op hun diplomawerk.

Het tekent Elias, dat hij zich, ondanks alles dat hij verrichtte zorgen maakte over het feit, dat hij niet zoveel tijd had voor zijn wetenschappelijke taak, als hij nodig oordeelde. Uit het voorgaande moge blijken, dat wij, zijn leerlingen, hem hierin hebben gehinderd, daar wij het waren, aan wie hij in de eerste plaats zijn zorgen wijdde. Moge hij voor deze zorgen een tegenwicht vinden in de wetenschap, dat wij, zijn leerlingen er trots op zijn, deze bescheiden geleerde als leermeester te hebben gehad.

Onze dank gaat ook uit naar mevrouw Elias. Zij heeft de sfeer weten te scheppen, waarin haar echtgenoot zich harmonisch kon ontwikkelen, en waarin hij kon studeren en werken.

Moge Elias en zijn echtgenote nog vele jaren tezamen zijn en moge hij ook nog bezig zijn in het vak, dat steeds zijn liefde heeft gehad.

J. P. Schouten

Prof. Jhr Dr G. J. Elias en 's Lands defensie.

In 1924 verschenen in de pers berichten over een dodende straal, die in Duitsland zou zijn uitgevonden; het vredelievende Nederland schrok op en Kamerleden vroegen aan de Minister van Oorlog of hij van deze uitvinding vernomen had. Het gevolg was, dat een Commissie voor physische strijdmiddelen werd ingesteld op 24 November 1924. De commissie, bestaande uit enkele geleerden en uit vertegenwoordigers van Land- en Zeemacht, werd onder voorzitterschap gesteld van prof. Elias, die daarvoor door prof. Lorentz was aanbevolen; als secretaris fungeerde de toenmalige kapitein der artillerie S. J. van den Bergh. Vóór de installatie was de Minister er reeds van overtuigd geworden, dat de dodende straal niet het voornaamste deel van het werk dier commissie zou gaan omvatten, maar dat vele andere physische vraagstukken wellicht dringender om een oplossing vroegen. Bovendien zag deze commissie zeer spoedig in, dat de dodende straal waarschijnlijk in het rijk der fabelen thuis behoorde; eveneens zag ze in dat haar beraadslagingen onvruchtbaar zouden zijn, als ze niet de beschikking over een laboratorium had, waar onderzoek zou kunnen worden verricht. De Minister verleende toestemming tot de bouw van zulk een laboratorium. Tegen het einde van 1927 werd dit in gebruik genomen door één ingenieur en één instrumentmaker.

Duidelijk ligt in mijn herinnering, wat zich op een dag in October 1925 ten huize van prof. Elias afspeelde; hij had mij verzocht bij hem te komen op dezelfde beleefde wijze als altijd, maar op iets geheimzinniger manier, dan het voor mij als oud-leerling gewoon was. Ik herinner mij dat bezoek temeer zo goed, omdat hij zijn vraag, of ik ingenieur van het laboratorium zou willen worden, in zúlke bewoordingen stelde, dat ze me diep deden beseffen hoe verantwoordelijk hij zijn taak in het belang van het land opvatte en hoeveel verantwoording ook van mijn kant zou worden gevraagd. Zo werd ik ingenieur van het Meetgebouw te Waalsdorp.

Hoe hoog het niveau is van het denken en de daden van

prof. Elias, bemerkt men eerst goed na hem lange tijd gekend te hebben. Op dat niveau bestaan noch de kromme wegen, waarop men moeilijkheden ontwijkt, noch de rechte wegen, waar men alles wat in de weg komt, opzij moet drukken; op zulk een niveau bestaan slechts de juiste wegen. Dit is de eenvoud en de kracht van Elias als Mens: in combinatie met Elias als geleerde, bleek hij voor de defensie van het vaderland een voorzitter van grote betekenis.

Het voorzitterschap is voor prof. Elias geen commissariaat geweest, zoals men er zovele kent; het was een ingrijpende functie, gesteund door een actieve secretaris en een steeds uitbreidend laboratorium. Met onnavolgbare verantwoordelijkheid vatte hij zijn taak op. Niet alleen dan was het, als hij hoorde van en meedacht over de onderzoekingen, die in het laboratorium verricht werden en als hem om raad werd gevraagd over het uitgestrekte gebied der theoretische physica, waar hij door zijn scherp inzicht zekerheid kon verschaffen. En evenzo was de Voorzitter in vol medeleven als hij gemaakte objecten kwam bekijken in de instrumentmakerij of bij de beproeving buiten in het veld en als hij rapporten bestudeerde. En misschien nóg meer was dit het geval, als hij de strijd aanbond tegen onwil of onmacht van buiten af. Veel voorbeelden zouden dit alles kunnen toelichten.

Als in het laboratorium bij de geluidsvoortplanting in de atmospheer de wet van Snellius wordt toegepast en uitgebreid voor windeffecten, is het Elias, die op fundamenteel physische beschouwingen het probleem aanpakt, waarna aangetoond kon worden, dat de gewenste toepassing overeenkomt met een eerstebenadering.

Als de radar in het laboratorium ontwikkeld wordt, is het Elias die het initiatief neemt tot een eerste proefserie op een door buitenstaanders praematuur geacht ogenblik.

Als ten departemente soms misvattingen ontstaan, is het Elias, die op de bres staat, om de juiste normen te verdedigen. Dat alles, zoals gezegd, in een zeer hechte samenwerking met zijn secretaris.

Op de eerste dag van de inval der duitsers in 1940 daalden parachutisten al tussen Delft en Den Haag neer ; Elias trachtte zich een weg te banen om het Waalsdorpse laboratorium bij te staan. Dan volgde de overgaaf van het Leger; ijlings werd de Commissie voor physische strijdmiddelen ontbonden.

Het contact in oorlogstijd bleef en toen de dag der bevrijding gekomen was, kwam het laboratorium ogenblikkelijk in actie; spoe-

dig waren ook de oud-voorzitter, de oud-secretaris en hun laboratoriumchef bijeen, om over de toekomst nader te overleggen. Deze leidde naar een extra departementaal beheer en na een paar jaar werd in T. N. O.-verband de Rijksverdedigingsorganisatie opgericht, waarin prof. Elias als lid van het Bestuur is opgenomen.

Het is typerend voor prof. Elias, dat hij, zoveel als hij kan, nu ook actief blijft in zijn functie, door een regelmatig contact te onderhouden met het Laboratorium, waar zijn adviezen steeds van grote waarde zijn.

J. L. van Soest.

Der Geist musz denken. Ohne Denken gleicht
Der Mensch dem Oechs- und Eselein im Stalle

Bürger

Hetgeen naast de uitgebreide wetenschappelijke arbeid van prof. Elias, waarvan de velen bijdragen van collega's en leerlingen in dit herdenkingsnummer getuigen, het meest op de voorgrond treedt, is wel zijn hoge opvatting van het hoogleraarsambt. Diep doordrongen van zijn plicht om zijn gaven in dienst te stellen van de vorming van wetenschappelijk geschoolde ingenieurs, waren zijn colleges, altijd zorgvuldig voorbereid, een voorbeeld van heldere betoogtrant. Geen detail verstoorde de grote lijn, doch ieder brokstuk kwam tot zijn recht als integrerend deel van dat onderwerp uit de theoretische electriciteitsleer, dat hij zich tot taak stelde te doceren.

Hier bleek eens te meer hoezeer een hoog niveau van de collegestof, gepaard gaande met een zorgvuldige definiëring van de begrippen, in hoge mate het zelfstandig denken stimuleert. Op deze wijze werd voor velen de hechte basis gelegd voor verder onderzoek in, sid venia verbo, de gerichte en ongerichte research. Door zijn ongemeen groot doceertalent bracht prof. Elias de theoretische electriciteitsleer ook binnen de gezichtskring van hen, die haar uit onwetendheid of anderszins, a priori, als te zeer begripvergend, zorgvuldig zouden hebben ontgaan.

Bij het afnemen van tentamens eiste hij een gedegen inzicht in de grondslagen en een ruim begrip voor de grote lijnen van zijn betoog. Pas na een grondige voorbereiding van de stof kon de candidaat een bevredigende uitslag verwerven, een uitslag echter, die hem zekerheid schonk, dat hij de stof inderdaad beheerste.

Tijdens zijn colleges openbaarde zich ook dikwijls zijn fijn gevoel voor humor. Kostelijk was de wijze, waarop prof. Elias bij de behandeling van de operatorische oplossing van een differentiaalvergelijking het verband tussen Oliver Heaviside en

een goochelaar, bien étonnés de se trouver ensemble, nadrukkelijk naar voren bracht. Een milde glimlach genoot de ingenieur, die voor het eerst, wellicht uit een te grote liefde voor de techniek, de kanteelkromme omschreef als een „vierkante sinus". Maar waarlijk groot was zijn hilariteit bij de vermelding van de Ber- en Bei- en Ker- en Kei-functies; op zulke momenten vormden zijn colleges behalve een centrum van exactheid ook een bron van grote genoeglijkheid.

Het meest opvallende, uiterlijke, kenmerk van zijn colleges was altijd een doodse stilte die inviel als prof. Elias de zaal binnentrad; een grotere hulde dan deze heeft geen studentengeneratie hem ooit kunnen brengen.

Altijd was hij present, geen weer, hoe ongunstig ook, weerhield hem van zijn tocht naar het gebouw voor Electrotechniek. Steeds was hij voor iedere student te bereiken op zijn kabinet, waar hij met zijn warme belangstelling en diep inzicht in de moeilijkheden van de studie een ieder met raad en daad terzijde stond.

Doch ook het studentenleven buiten de studiesfeer heeft altijd onverminderd zijn belangstelling genoten. De Electrotechnische vereniging mocht hem steeds onder de deelnemers aan haar excursies en lezingen rekenen. Practisch alle vergaderingen heeft hij tijdens zijn hoogleraarschap bijgewoond en steeds vonden de bestuursleden in hem een toegewijde medewerker. Reeds vroeg ere-lid werd hij naderhand op grond van zijn verdienste bij het verstevigen van de band tussen het hoogleraarcorps en de studenten tot ere-voorzitter gekozen.

Wat betreft het studentenleven had het corps steeds zijn warme belangstelling.

Bij feestelijke gebeurtenissen, waarbij de ontvangst van bevriende corpora het Delftse huisvestingsprobleem aanzienlijk verscherpte, vond men te zijnen huize een gastvrij onthaal, waartoe de vriendelijke verzorging door mevr. Elias ten zeerste bijdroeg.

Bij het afscheid van prof. Elias verliest de studentengemeenschap van de electrotechnische afdeling een hoogleraar van uitzonderlijke kwaliteiten en een mens van verfijnde stijl en grote rechtschapenheid. Wij prijzen ons gelukkig nog tot die generatie behoord te hebben, die hem hebben mogen leren kennen en wij spreken de hoop uit, dat wij, ook na het neerleggen van zijn ambt, nog vele jaren zijn warme belangstelling zullen mogen ondervinden.

H. W. F. van 't Groenewout