Tijdschrift van het
Nederlands Radiogenootschap
DEEL 23 No. 4 1958

Optimale condities voor telegrafieontvangst met tweevoudige diversity en afkeurdrempels

door K. Posthumus

Summary

A radiotelegraphy system under fading-conditions is analysed. It is shown that if only signals above a certain threshold value are passed, these threshold limits should vary in inverse proportionality to the signal level. Numerical results are given for the ratio of non-rejected errors to the useful signals, under different noise-conditions. The effect of double diversity is also calculated.

1. Inleiding.

Wij beschouwen een communicatiesysteem, waarbij de signalen bestaan uit impulsen met amplitude $+p$ of $-p$, terwijl een van ruis afkomstig stoorsignaal aanwezig is, waarbij de kans dat dit ligt tussen qx en $q(x+dx)$ wordt gegeven door $\frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-x^2} dx$, dus een ruis met Gaussische verdeling. Door deze ruiscomponent kan het signaal dus groter worden, kleiner worden en ook van teken verwisselen en in een complementair signaal veranderen. [1])

[1]) Een dergelijk systeem kan bijvoorbeeld worden verkregen door bij detectie van het met ruis behepte signaal dit te splitsen in twee 90° verschillende fazen, en de amplitude van deze componenten (die positief en negatief kunnen zijn) als elementen van de signaalcode te gebruiken. Wanneer beide fazen worden gebruikt, kan men op deze wijze dus in één frequentiekanaal twee faze-shift-kanalen onderbrengen. Vanzelfsprekend worden wel eisen aan de constantheid van de frequentie gesteld, zowel aan de zend- als aan de ontvangstkant. Een dergelijk systeem wordt toegepast door de firma Collins (predicted-wave system). Het is natuurlijk de vraag, of een dergelijk systeem zich wat fading betreft, wel zo normaal gedraagt als in het volgende is aangenomen, maar wij geloven, dat althans kwalitatief, een groot deel van de resultaten blijft gelden.

De kwestie van de ruisverdeling in dit geval en in het meer normale

Wanneer het resulterende signaal dicht bij o ligt, is er geen groot verschil tussen de kans dat een positief resp. een negatief signaal was bedoeld. Om nu de kans op foute signalen te verkleinen, worden afkeurdrempels toegepast, en wel zo, dat een signaal dat tussen $+d$ en $-d$ ligt, wordt afgekeurd. Eventueel kan herhaling van deze dubieuze signalen worden gevraagd (TOR-systeem), maar voor het betoog is dit niet essentieel.

Door het toepassen van deze drempels gebeuren twee dingen:

1. Het aantal foute (complementaire) signalen wordt sterk verkleind, immers een fout signaal wordt pas doorgelaten als het zo erg fout is, dat $+p$ is veranderd in $-d$, resp. $-p$ in $+d$, en de kans op deze grote fouten is zeer veel kleiner dan een verandering van $\pm p$ tot o.
2. Het aantal goede signalen wordt ook verkleind, immers ook de goede signalen welke binnen de drempels liggen worden nodeloos afgekeurd.

Het is duidelijk dat het nadelig effect genoemd onder 2e. veel meer signalen omvat dan het voordelige effect onder 1e. Omdat echter het optreden van één fout signaal veel erger kan zijn dan het tijdverlies door het navragen van tien goede, kunnen de drempels toch een nuttige rol spelen. Voor het afleiden van de optimale condities zal een bepaalde verhouding in dit opzicht moeten worden aangenomen.

Wij veronderstellen nu bovendien, dat om de gevolgen van fading te voorkomen, tweevoudige diversity wordt toegepast, d.w.z. door middel van twee onafhankelijke systemen wordt een gecombineerd signaal verkregen, waarmee een beter resultaat te bereiken is, dan met slechts één verbinding. Het doet niets terzake of deze extra verbinding alleen een extra ontvangantenne met ontvanger betekent dan wel een extra zendkanaal.

Na combinatie ontstaat in ieder geval weer een enkel signaal en voor dit combinatiesignaal moeten nu optimale drempels worden bepaald.

We nemen aan, dat de fading niet al te snel is, en dat het daarom doenlijk is, de twee signalen te mengen in een verhou-

---

geval van omhullende-detectie, is uitvoerig behandeld in de appendix van het artikel „Theoretische beschouwingen omtrent de merites van de normale binaire telegraafcode, de zgn. Gaussische code en speciale detectiemethoden voor deze beide codes", Tijdschrift N.R.G. 1958 — 2, van dezelfde schrijver.

ding, die veranderd wordt in afhankelijkheid van de condities van de deelsignalen.

2. De optimale mengverhouding der diversity-signalen.

Laat het eerste signaal p_1 zijn met ruiscomponent q, het tweede signaal p_2 eveneens met ruiscomponent q. Wanneer we deze signalen in een bepaalde verhouding mengen, worden de informatiecomponenten lineair, de ruiscomponenten kwadratisch opgeteld. Mengen we het eerste signaal met x maal het tweede, dan komt er een informatiecomponent $p_1 + xp_2$ en een ruiscomponent $\sqrt{q^2 + x^2q^2} = q\sqrt{1 + x^2}$. De signaal-ruisverhouding, in vermogens uitgedrukt, wordt dus $\frac{S}{R} = \frac{(p_1 + xp_2)^2}{q^2(1 + x^2)}$. Dit wordt zo groot mogelijk, als $p_2 = p_1 x$, waarbij $\frac{S}{R} = \frac{p_1^2 + p_2^2}{q^2}$, wat dus groter is dan voor ieder signaal afzonderlijk. Een dergelijke meng-diversity is dus beter dan schakelingen, waarbij de beste van de twee wordt gekozen, zoals op verschillende plaatsen in de technische literatuur [1]) ook is te vinden.

3. Gewijzigde Rayleigh-distributie bij optimale mengverhouding.

Laat elk der beide signalen een Rayleigh-fading vertonen. Het eerste signaal ligt tussen px en $p(x + dx)$ met kans $e^{-x^2}\, 2x\, dx$ en het tweede tussen py en $p(y + dy)$ met kans $e^{-y^2}\, 2y\, dy$. Tussen x en y bestaat geen correlatie. De signaal-ruisverhouding van het combinatiesignaal is

$$\frac{S}{R} = \frac{p_1^2 + p_2^2}{q^2} = \frac{(x^2 + y^2)p^2}{q^2}.$$

We stellen $x = r \cos \varphi$
$y = r \sin \varphi$

x en y lopen van 0 tot ∞, dus r van 0 tot ∞ en φ van 0 tot $\frac{\pi}{2}$.

$$\frac{S}{R} = r^2 \frac{p^2}{q_2}$$

---

[1]) „Ratio squarer", L. R. Kahn. Proc. Inst. Radio Engrs. **42**, 1704, 1954.

De kans dat p_1 ligt tussen px en $p(x + dx)$ en gelijktijdig p_2 tussen py en $p(y + dy)$ wordt gegeven door

$$4\, e^{-x^2 - y^2}\, xy\, dx\, dy = e^{-r^2}\, r^3\, dr\, \sin 2\varphi\, d\, 2\varphi.$$

De kans op een bepaalde r wordt verkregen door te integreren tussen $2\varphi = 0$ en $2\varphi = \pi$, en deze kans bedraagt dus $2\, e^{-r^2}\, r^3\, dr$. Noemen we tenslotte nog $r^2 = s$, dan wordt dit $e^{-s} s\, ds$, m.a.w. $p_1^2 + p_2^2$ ligt tussen $p^2 s$ en $p^2(s + ds)$ met kans $e^{-s}\, s ds$. Dit is dus tevens de kans dat de signaal-ruisverhouding van het combinatiesignaal ligt tussen

$$\frac{p^2}{q^2} s \text{ en } \frac{p^2}{q^2}(s + ds).$$

In plaats van de Rayleigh-verdeling $e^{-s}\, ds$ hebben we hier gekregen een gewijzigde Raleigh-verdeling $e^{-s}\, s\, ds$, waarbij de kans op zeer kleine energieën sp^2 dus veel kleiner is, wat dan ook de bedoeling is van de diversity-schakeling.

4. Het effect van een drempel evenredig met het gecombineerde signaal.

Wanneer we twee drempelspanningen $d = \pm \beta q$ toepassen, wordt de kans op een goed signaal

$$W_g = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{\beta - \frac{p}{q}\sqrt{s}}^{\infty} e^{-x^2}\, dx.$$

Evenzo de kans op een complementair signaal

$$W_c = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{-\beta - \frac{p}{q}\sqrt{s}} e^{-x^2}\, dx.$$

Wat er over blijft, dus $1 - Wg - W_c$ is de kans op afkeuring van het signaal.

Nu hebben we al aangenomen, dat de mengverhouding bij de diversity kon worden aangepast aan de ogenblikkelijke fadingtoestand der beide deelsignalen, en het geeft dus weinig extra complicaties als we ook de drempel aanpassen bij deze toestand. Voorlopig nemen we de drempelspanning maar eens evenredig

aan de resulterende signaalspanning, dus $\beta q = \gamma p \sqrt{s}$. De kans op een goed signaal bij een bepaalde s is nu

$$W_g(s) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{(\gamma-1)\frac{p}{q}\sqrt{s}}^{\infty} e^{-x^2}\, dx$$

en de kans op een complementair signaal

$$W_c(s) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{-(\gamma+1)\frac{p}{q}\sqrt{s}} e^{-x^2}\, dx$$

De kans op een goed signaal gemiddeld over alle waarden van s, waarbij de kans op een bepaalde s in rekening is gebracht wordt nu

$$\mathbf{W}_g = \int_0^{\infty} W_g(s)\, e^{-s}\, s\, ds = \underline{\underline{\tfrac{1}{2} + \left(1-\gamma\right)\frac{p}{q}\left(\frac{1}{4a^3} + \frac{1}{2a}\right)}},$$

waarbij $a^2 = 1 + (\gamma - 1)^2 \dfrac{p^2}{q^2}$.

De kans op een complementair signaal eveneens gemiddeld over alle waarden van s met het goede gewicht

$$\mathbf{W}_c = \int_0^{\infty} W_c(s)\, e^{-s}\, s\, ds = \underline{\underline{\tfrac{1}{2} - \left(1+\gamma\right)\frac{p}{q}\left(\frac{1}{4b^3} + \frac{1}{2b}\right)}},$$

waarbij $b^2 = 1 + (\gamma + 1)^2 \dfrac{p^2}{q^2}$.

Wanneer geen drempel wordt toegepast ($\gamma = 0$) wordt dit

$$\mathbf{W}_g = \text{rendement} = \tfrac{1}{2} + \frac{p}{\sqrt{p^2+q^2}}\,\frac{3q^2+2p^2}{4p^2+4q^2}$$

$$\mathbf{W}_c = \text{foutenkans} = \tfrac{1}{2} - \frac{p}{\sqrt{p^2+q^2}}\,\frac{3q^2+2p^2}{4p^2+4q^2}$$

In de volgende tabel zijn deze waarschijnlijkheden berekend voor

$$\gamma = 0,\ \gamma = \tfrac{1}{4},\ \gamma = \tfrac{1}{2},\ \gamma = \tfrac{3}{4} \text{ en } \gamma = 1.$$

In het laatste geval, $\gamma = 1$, dus drempelspanning gelijk aan sig-

naalspanning, is de kans op een goed signaal natuurlijk steeds 50 %.

	$\gamma = 0$		$\gamma = \frac{1}{4}$		$\gamma = \frac{1}{2}$		$\gamma = \frac{3}{4}$		$\gamma = 1$	
$\frac{p}{q}$	$\mathbf{W}_g$	$\mathbf{W}_c$	$\mathbf{W}_g$	$\mathbf{W}_c$	$\mathbf{W}_g$	$\mathbf{W}_c$	$\mathbf{W}_g$	$\mathbf{W}_c$	$\mathbf{W}_g$	$\mathbf{W}_c$
1	0,942	0,058	0,896	0,034	0,813	0,020	0,678	0,012	0,5	0,008
2	0,992	0,008	0,980	0,004	0.942	0,002	0,813	0,0011	0,5	66.10^{-5}
3	0,998	0,0019	0,995	83.10^{-5}	0,980	42.10^{-5}	0,896	23.10^{-5}	0,5	14.10^{-5}
4	1,000	66.10^{-5}	0,997	28.10^{-5}	0,992	14.10^{-5}	0,942	75.10^{-6}	0,5	45.10^{-6}
5	1,000	28.10^{-5}	0,999	12.10^{-5}	0,996	57.10^{-6}	0,967	31.10^{-6}	0,5	18.10^{-6}
6	1,000	14.10^{-5}	1,000	57.10^{-6}	0,998	28.10^{-6}	0,980	15.10^{-6}	0,5	89.10^{-7}

Noem $\dfrac{q^2}{p^2(\gamma - 1)^2} = u$

$\mathbf{W}_g = \eta =$ rendement $= \frac{1}{2} + \frac{1}{4}u(1+u)^{-3/2} + \frac{1}{2}(1+u)^{-1/2}$
Voor $u \ll 1$ wordt

$$\eta = 1 - \frac{3}{16}u^2 + \frac{5}{16}u^3 - \frac{105}{256}u^4 \ldots \text{ enz.}$$

Evenzo met $\dfrac{q^2}{p^2(\gamma + 1)^2} = v$

$\mathbf{W}_c = \frac{1}{2} - \frac{1}{4}v(1+v)^{-3/2} - \frac{1}{2}(1+v)^{-1/2}$, voor $v \ll 1$ wordt

$$\mathbf{W}_c = \frac{3}{16}v^2 - \frac{5}{16}v^3 + \frac{105}{256}v^4 \ldots \text{ enz.}$$

5. Effect van onderbreking gedurende perioden van slecht combinatiesignaal.

De (zeer weinig voorkomende) perioden van gelijktijdige diepe fading van de beide signalen (s klein), dragen veel bij tot de foutenkans, en niet veel tot het rendement. We zullen onderzoeken of het van voordeel is, beneden een zekere waarde van s, uit te schakelen, c.q. een andere drempelwaarde te kiezen.

Wanneer we uitschakelen beneden $s = s_0$, dan krijgen we:

$$\mathbf{W}_g = \eta = \int_{s_0}^{\infty} W_g(s)\, e^{-s}\, s\, ds.$$

Wanneer we evenals onder 4 stellen $a^2 = 1 + (1-\gamma)^2 \dfrac{p^2}{q^2}$,

wordt dit na enig gecijfer

$$\mathbf{W}_g = \eta = \left\{\tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{2}\, erf \sqrt{s_0 (a^2 - 1)}\right\} e^{-s_0} (1 + s_0) + \sqrt{a^2 - 1} \times$$
$$\times \left[\frac{1}{2a^2} \sqrt{\frac{s_0}{\pi}}\, e^{-a^2 s_0} + \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{2a^3}\right)\left(\tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{2}\, erf \sqrt{s_0 a^2}\right)\right]$$

Evenzo, met $b^2 = 1 + (\gamma + 1)^2 \dfrac{p^2}{q^2}$

$$\mathbf{W}_c = \left\{\tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{2}\, erf \sqrt{s_0 (b^2 - 1)}\right\} e^{-s_0} (1 + s_0) - \sqrt{b^2 - 1} \times$$
$$\times \left[\frac{1}{2b^2} \sqrt{\frac{s_0}{\pi}}\, e^{-b^2 s_0} + \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{2b^3}\right)\left(\tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{2}\, erf \sqrt{s_0 b^2}\right)\right]$$

In de tabel zijn deze functies berekend voor $\gamma = 0$, dus zonder drempel en verschillende waarden van s_0 en $\dfrac{p}{q}$

	$\frac{p}{q} = 1$		$\frac{p}{q} = 2$		$\frac{p}{q} = 3$	
$\sqrt{2s_0}$	$\mathbf{W}_g$	$\mathbf{W}_c$	$\mathbf{W}_g$	$\mathbf{W}_c$	$\mathbf{W}_g$	$\mathbf{W}_c$
0	0,942	0,058	0,992	0,008	0,998	0,002
0,1	0,942	0,058	0,992	0,008	0,998	0,002
0,5	0,938	0,054	0,985	0,006	0,989	0,001
1	0,871	0,038	0,907	0,0016	0,909	18.10^{-5}
2	0,402	0,0035	0,405	18.10^{-7}	0,406	$2,74.10^{-11}$

Wanneer we in de eerste kolom de waarden vergelijken voor $\sqrt{2s_0} = 0$ en $\sqrt{2s_0} = 0,5$, dan zien we dat in het laatste geval $\mathbf{W}_g + \mathbf{W}_c = 0,992$ is. $\left(\dfrac{p}{q} = 1\right)$ Uitgeschakeld is dus gedurende 0,008 van de totale tijd, waarbij het aantal goede signalen is verminderd met 0,004 en het aantal fouten eveneens met 0,004. Gaan we verder dan zien we dat bij $\sqrt{2s_0} = 1$ uitgeschakeld is gedurende 0,091 van de totale tijd, waarbij het aantal goede signalen is verminderd met 0,071 en fouten met 0,020 van het totaal. Hierbij is dus het rendement verminderd van 0,942 tot 0,871 en het aantal fouten van 0,058 tot 0,038. We zullen dit zeker een verbetering moeten noemen, daar een foutenpercentage van 0,038 nog veel te hoog is. Gaan we nog een stap verder, nl. tot $\sqrt{2s_0} = 2$, dan wordt er uitgeschakeld gedurende 0,594 van de tijd. Het aantal goede signalen vermindert met 0,540 en het aantal fouten met 0,054. Het resultaat is dan een rendement van 0,402 en een aantal fouten van 0,0035, wat men vermoedelijk toch liever zal hebben dan een rendement van 0,942 bij een aantal fouten van 0,058.

Deze waarden horen bij een drempel 0. We hebben vroeger gezien, dat bij deze zelfde signaal-ruisverhouding $\frac{p}{q} = 1$, wanneer niet gedurende de slechtste transmissie wordt uitgeschakeld, door het aanbrengen van de drempel eveneens de foutenkans kan worden verminderd. Bij een drempel $\gamma = 1$ is het rendement reeds gedaald tot 0,5 en de foutenkans nog altijd 0,008. Inderdaad ziet het er dus naar uit, dat uitschakeling gedurende de slechte transmissieperioden beter resultaat geeft dan het aanbrengen van een drempelspanning evenredig met de quasistationnaire signaalspanning.

Nog sterker spreekt dit bij $\frac{p}{q} = 3$.

Hierbij hebben we:

Geen drempel	$\sqrt{2s_0} = 0$	$\mathbf{W}_g = 0{,}998$	$\mathbf{W}_c = 0{,}002$
	$\sqrt{2s_0} = 0{,}5$	$\mathbf{W}_g = 0{,}989$	$\mathbf{W}_c = 0{,}001$
	$\sqrt{2s_0} = 1$	$\mathbf{W}_g = 0{,}909$	$\mathbf{W}_c = 18.10^{-5}$
	$\sqrt{2s_0} = 2$	$\mathbf{W}_g = 0{,}406$	$\mathbf{W}_c = 2{,}7 \times 10^{-11}$

Met drempel, maar $s_0 = 0$ (geen uitschakeling)

$\gamma = 0$	$\mathbf{W}_g = 0{,}998$	$\mathbf{W}_c = 0{,}002$
$\gamma = 0{,}5$	$\mathbf{W}_g = 0{,}980$	$\mathbf{W}_c = 42.10^{-5}$
$\gamma = 0{,}75$	$\mathbf{W}_g = 0{,}896$	$\mathbf{W}_c = 23.10^{-5}$
$\gamma = 1$	$\mathbf{W}_g = 0{,}5$	$\mathbf{W}_c = 14.10^{-5}$

6. Optimale afkeurdrempel.

We zouden nog meer formules kunnen afleiden waarbij γ in plaats van één sprong van $\gamma = c$ op $\gamma = \infty$ meerdere sprongen vertoont van de ene constante waarde op een andere. In plaats daarvan willen we nagaan wat het resultaat is, als we γ van het quasistationnaire signaal op de meest gunstige wijze laten afhangen, waarbij dus de drempelspanning $d = \gamma p \sqrt{s}$ niet meer evenredig is met het quasistationnaire combinatiesignaal $p \sqrt{s}$.

Hoe ook de gevolgen zijn van een daling van het rendement en een daling van het aantal fouten, altijd zal bij de beoordeling een bepaalde stijging van het rendement $\triangle \mathbf{W}_g$ een bepaalde stijging van het foutenpercentage $\triangle \mathbf{W}_c$ compenseren. Wanneer nu het verloop van de drempelspanning optimaal moet zijn, dan moet bij elke waarde s voor kleine virtuele veranderingen van de drempel die verhouding $\frac{\triangle W_g}{\triangle W_c}$ tussen de rende-

mentsdaling en foutendaling bestaan. Wanneer dit nl. het geval is, dan is bij elk ander verloop van d als $f(s)$, dat dicht bij de gevonden functie ligt, de beoordeling gelijk, en is dus inderdaad deze functie een optimum.

Wanneer we ons verder van het optimum verwijderen, zal naar de ene kant het rendement stijgen, maar het aantal fouten meer stijgen dan wat als equivalent wordt beschouwd, terwijl naar de andere kant het aantal fouten wel daalt, maar het rendement sterker daalt, dan wat als voldoende compensatie hiervoor geldt.

Bij een bepaalde vermogensfactor s en drempel $d = \gamma p \sqrt{s}$ is het rendement

$$W_g = \eta = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{(\gamma-1)\frac{p}{q}\sqrt{s}}^{\infty} e^{-t^2}\, dt, \text{ en het foutenpercentage } W_c = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{-\frac{p}{q}(\gamma+1)\sqrt{s}} e^{-t^2}\, dt$$

Bij een bepaalde virtuele verschuiving van de drempel $d\gamma$ is de daling in het rendement $-\triangle W_g = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{(\gamma-1)^2 s \frac{p^2}{q^2}} \frac{p}{q} \sqrt{s}\, d\gamma$, en de daling in het foutenpercentage $-\triangle W_c = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-(\gamma+1)^2 s \frac{p^2}{q^2}} \frac{p}{q} \sqrt{s}\, d\gamma$.

Wanneer een bepaalde equivalentieverhouding tussen deze beide wordt aangenomen, en we deze verhouding F noemen, dan is dus

$$exp\left\{-(\gamma-1)^2 s + (\gamma+1)^2 s\right\}\frac{p^2}{p_2} = exp\, 4\gamma s \frac{p^2}{q^2} = F$$

Voor het optimum is dus γs constant.

$$\gamma s \frac{p^2}{q^2} = \tfrac{1}{4}\, lg\, F = L \qquad \gamma = L \frac{q^2}{p^2 s}$$

De drempelspanning $d = \gamma p \sqrt{s} = L \frac{q^2}{p\sqrt{s}}$ en blijkt dus niet evenredig met de signaalspanning, maar omgekeerd evenredig hiermee te moeten zijn, wat trouwens in overeenstemming is met par. 5, waar de drempel ∞ is genomen bij kleine s (uitschakelen komt overeen met drempel ∞).

Met substitutie van de nu gevonden waarde voor γ wordt

$$W_g(s) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{(\gamma-1)\frac{p}{q}\sqrt{s}}^{\infty} e^{-t^2}\, dt = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{\left(\frac{qL}{p\sqrt{s}} - \frac{p}{q}\sqrt{s}\right)}^{\infty} e^{-t^2}\, dt$$

$$W_c(s) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-(\gamma+1)\frac{p}{q}\sqrt{s}}^{\infty} e^{-t^2}\, dt = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\left(\frac{qL}{p\sqrt{s}} + \frac{p}{q}\sqrt{s}\right)}^{\infty} e^{-t^2}\, dt$$

Gemiddeld over alle waarden van s:

$$\mathbf{W}_g = \int_0^{\infty} W_g(s)\, e^{-s} s\, ds = -\int_0^{\infty} W_g(s)\, e^{-s}(s+1) + \int_0^{\infty} e^{-s}(s+1)\, W_g'(s)\, ds$$

$$\mathbf{W}_g = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} e^{2L} \int_0^{\infty} (s+1)\left(\frac{qL}{p} s^{-3/2} + \frac{p}{q} s^{-1/2}\right) exp - \left\{ s\left(1 + \frac{p^2}{q^2}\right) + \frac{1}{s} L^2 \frac{q^2}{p^2} \right\} ds$$

Eveneens gemiddeld over alle waarden van s met ieders gewicht verdisconteerd

$$\mathbf{W}_c = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} e^{-2L} \int_0^{\infty} (s+1)\left(\frac{qL}{p} s^{-3/2} - \frac{p}{q} s^{-1/2}\right) exp - \left\{ s\left(1 + \frac{p^2}{q^2}\right) + \frac{1}{s} L^2 \frac{q^2}{p^2} \right\} ds.$$

De uitdrukkingen worden iets prettiger bij substitutie $\sqrt{s} = r$, er ontstaat dan

$$\mathbf{W}_g = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{2L} \int_0^{\infty} dr \left(\frac{p}{q} + \frac{qL}{p} + r^2 \frac{p}{q} + \frac{1}{r^2} \frac{qL}{p}\right) exp - \left\{ r^2\left(1 + \frac{p^2}{q^2}\right) + \frac{L^2 q^2}{r^2 p^2} \right\}$$

$$\mathbf{W}_c = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-2L} \int_0^{\infty} dr \left(-\frac{p}{q} + \frac{qL}{p} - r^2 \frac{p}{q} + \frac{1}{r^2} \frac{qL}{p}\right) exp - \left\{ r^2\left(1 + + \frac{p^2}{q^2}\right) + \frac{L^2 q^2}{r^2 p^2} \right\}$$

7. Verdere uitwerking van de formules van par. 6.

Deze paragraaf doet voor het betoog niet ter zake, maar de

gevonden uitdrukkingen zijn op zich zelf interessant, en worden hier dus vermeld.

Door partiële integratie leiden we af:

$$\int_0^\infty \left(-2ar + 2\frac{b}{r^3}\right) r^n\, dr\, exp\left(-ar^2 - \frac{b}{r^2}\right) = \int_0^\infty r^n\, exp\left(-ar^2 - \frac{b}{r^2}\right) -$$

$$-\int_0^\infty n r^{n-1}\, dr\, exp\left(-ar^2 - \frac{b}{r^2}\right)$$

$$\text{of} \int_0^\infty \left(-2ar^{n+1} + 2br^{n-3} + nr^{n-1}\right) dr\, exp\left(-ar^2 - \frac{b}{r^2}\right) = 0 \qquad (1)$$

Door substitutie $ar^2 = \frac{b}{u^2}$ vinden we:

$$\int_0^\infty r^n\, dr\, exp\left(-ar^2 - \frac{b}{r^2}\right) = \int_0^\infty \frac{1}{r^{n+2}}\left(\sqrt{\frac{b}{a}}\right)^{-n+1} dr\, exp\left(-ar^2 - \frac{b}{r^2}\right) \qquad (2)$$

Uit (2) volgt voor $n = 0$

$$\int_0^\infty dr\, exp\left(-ar^2 - \frac{b}{r^2}\right) = \sqrt{\frac{b}{a}} \int_0^\infty \frac{dr}{r^2}\, exp\left(-ar^2 - \frac{b}{r^2}\right) \qquad (3)$$

Daarna volgt uit (1) voor $n = 1$

$$\int_0^\infty \left(-2\,ar^2 + 2\frac{b}{r^2} + 1\right) dr\, exp\left(-ar^2 - \frac{b}{r^2}\right) = 0$$

$$2a\int_0^\infty r^2\, dr\, exp\left(-ar^2 - \frac{b}{r^2}\right) = \int_0^\infty dr\, exp\left(-ar^2 - \frac{b}{r^2}\right) +$$

$$+ 2b\int_0^\infty \frac{dr}{r^2}\, exp\left(-ar^2 - \frac{b}{r^2}\right)$$

en met behulp van (3)

$$= \left(1 + 2\sqrt{ab}\right)\int_0^\infty dr\, exp\left(-ar^2 - \frac{b}{r^2}\right) \qquad (4)$$

Met behulp van de betrekkingen (3) en (4) kunnen de integralen van par. 6 nu geheel worden uitgedrukt in

$$\int_0^\infty dr\, exp - \left\{ r^2 \left(1 + \frac{p^2}{q^2} \right) + L^2 \frac{q^2}{p^2 r^2} \right\},$$

en we behoeven dus alleen nog maar

$$\int_0^\infty dr\, exp \left(- ar^2 - \frac{b}{r^2} \right)$$

te berekenen.

We gaan hiertoe uit van een iets gewijzigde integraal

$$\frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \left(dr \sqrt{a} + \frac{dr}{r^2} \sqrt{b} \right) exp \left(- ar^2 - \frac{b}{r^2} \right) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty dz$$

$$exp\,(- z^2 - 2 \sqrt{ab}) = e^{-2\sqrt{ab}}$$

Hierbij is $z = r \sqrt{a} - \frac{1}{r} \sqrt{b}$

Met behulp van (3)

$$\frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty dr \left(\sqrt{a} + \sqrt{b} \,.\, \sqrt{\frac{a}{b}} \right) exp \left(- ar^2 - \frac{b}{r^2} \right) = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\, 2 \sqrt{a} \int_0^\infty dr$$

$$exp \left(- ar^2 - \frac{b}{r^2} \right) = e^{-2\sqrt{ab}}$$

Dus

$$\frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty dr\, exp \left(- ar^2 - \frac{b}{r^2} \right) = \frac{e^{-2\sqrt{ab}}}{2 \sqrt{a}} \tag{5}$$

$$\frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \frac{dr}{r^2}\, exp \left(- ar^2 - \frac{b}{r^2} \right) = \frac{e^{-2\sqrt{ab}}}{2 \sqrt{b}} \tag{6}$$

(met behulp van (3))

$$\frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty r^2\, dr\, exp \left(- ar^2 - \frac{b}{r^2} \right) = e^{-2\sqrt{ab}} \frac{2 \sqrt{b} + \frac{1}{\sqrt{a}}}{4a} \tag{7}$$

(met behulp van (4))

Opmerking:

(7) en (6) kunnnen ook uit (5) worden afgeleid door

$$\frac{d}{da}\int_0^\infty r^n\,dr\,exp\left(-ar^2-\frac{b}{r^2}\right)=-\int_0^\infty r^{n+2}\,dr\,exp\left(-ar^2-\frac{b}{r^2}\right) \qquad (8)$$

of

$$\frac{d}{db}\int_0^\infty r^n\,dr\,exp\left(-ar^2-\frac{b}{r^2}\right)=-\int_0^\infty r^{n-2}\,dr\,exp\left(-ar^2-\frac{b}{r^2}\right) \qquad (9)$$

We zijn nu in het bezit van de nodige formules om de betrekkingen van par. 6 verder uit te werken. Door vergelijking zien we dat hierbij $a = 1 + \frac{p^2}{q^2}$; $b = L^2\,\frac{q^2}{p^2}$.

We verkrijgen nu:

$$\mathbf{W}_g = \eta = \left[\frac{p}{\sqrt{p^2+q^2}}\left\{\tfrac{1}{2}+\frac{q^2}{4\,(p^2+q^2)}\right\}+\tfrac{1}{2}+\tfrac{1}{2}\,q^2L\times\right.$$
$$\left.\times\left\{\frac{1}{p\sqrt{p^2+q^2}}+\frac{1}{p^2+q^2}\right\}\right]exp\;2\,L\left(1-\frac{\sqrt{p^2+q^2}}{p}\right)$$

$$\mathbf{W}_c = \left[\frac{1}{\sqrt{p^2+q^2}}\left\{-\tfrac{1}{2}-\frac{q^2}{4\,(p^2+q^2)}\right\}+\tfrac{1}{2}+\tfrac{1}{2}\,q^2L\times\right.$$
$$\left.\times\left\{\frac{1}{p\sqrt{p^2+q^2}}-\frac{1}{p^2+q^2}\right\}\right]exp-2\,L\left(1+\frac{\sqrt{p^2+q^2}}{p}\right)$$

Ter controle berekenen we $\frac{d\mathbf{W}_g}{dL}$ en $\frac{d\mathbf{W}_c}{dL}$.

$$\frac{d\,\mathbf{W}_g}{dL}=\left[-L\frac{q^4}{p^2\,(p^2+q^2)}-\tfrac{1}{2}\,\frac{q^4}{p\,(p^2+q^2)^{3/2}}\right]\;exp\;2L\times$$
$$\times\left(1-\frac{\sqrt{p^2+q^2}}{p}\right)$$

$$\frac{d\,\mathbf{W}_c}{dL}=\left[-L\frac{q^4}{p^2\,(p^2+q^2)}-\tfrac{1}{2}\,\frac{q^4}{p\,(p^2+q^2)^{3/2}}\right]exp-2L\times$$
$$\times\left(1+\frac{\sqrt{p^2+q^2}}{p}\right)$$

dus $\frac{d\mathbf{W}_g}{dL} = e^{4L}\,.\,\frac{d\mathbf{W}_c}{dL}$ zoals het behoort.

De beide formules voor $\mathbf{W}_g$ en $\mathbf{W}_c$ met parameter L geven dus tevens het verband tussen $\mathbf{W}_g$ en $\mathbf{W}_c$ voor het meest gunstige drempelverloop. Bij een bepaald rendement $\mathbf{W}_g$ kunnen

we L en daaruit $\mathbf{W}_c$ berekenen en het is dan op geen enkele wijze mogelijk om een foutenpercentage te bereiken, dat kleiner is.

Immers laten we een ander verloop van de drempel aannemen, dat in twee kleine amplitudegebieden afwijkt, en wel in het ene gebiedje naar boven, en in het andere gebiedje naar beneden, en wel zó dat $\mathbf{W}_g$ gelijk blijft.

In het ene gebiedje is dan

$$|\triangle_1 \mathbf{W}_g| \text{ (positief)} < e^{4L} |\triangle_1 \mathbf{W}_c| \text{ (positief)}$$

In het tweede gebiedje is

$$|\triangle_2 \mathbf{W}_g| \text{ (negatief)} > e^{4L} |\triangle_2 \mathbf{W}_c| \text{ (negatief)}$$

Wanneer $\triangle_1 \mathbf{W}_g = -\triangle_2 \mathbf{W}_g$, en we tellen dit op, dan wordt

$$O = \triangle \mathbf{W}_g < e^{4L} \triangle \mathbf{W}_c$$

Het aantal fouten is dus toegenomen.

Voor $e^{4L} = 1$, hebben we $\triangle \mathbf{W}_g = \triangle \mathbf{W}_c$.

Dit kan alleen, wanneer de beide drempels vlak bij elkaar liggen, dus drempelspanning $= 0$ voor alle amplituden. Voor $L = 0$ moeten we dus de vroegere formules voor $\gamma = 0$ terugvinden.

We vinden $\mathbf{W}_g = \eta = \dfrac{p}{\sqrt{p^2 + q^2}} \left\{ \frac{1}{2} + \dfrac{q^2}{4(p^2 + q^2)} \right\} + \frac{1}{2}$

$$\mathbf{W}_c = \frac{p}{\sqrt{p^2 + q^2}} \left\{ -\frac{1}{2} + \frac{q^2}{4(p^2 + q^2)} \right\} + \frac{1}{2}.$$

terwijl we vroeger vonden

$$\mathbf{W}_g = \eta = \frac{1}{2} + \frac{p}{q}\left(\frac{1}{4a^3} + \frac{1}{2a}\right), \text{ waarbij } a^2 = 1 + \frac{p^2}{q^2}$$

$$\text{en natuurlijk } \mathbf{W}_c = 1 - \mathbf{W}_g$$

Inderdaad zijn beide formules gelijk.

Op geen enkele wijze is het dus mogelijk om het rendement bij drempelspanning $= 0$ te evenaren, zonder een hoger foutenpercentage te hebben. Daar echter op zichzelf het rendement al nooit hoger kan zijn dan bij drempelspanning $= 0$ geeft dit geen nieuws.

Bij andere waarden van L krijgen we:

$$\frac{p}{q} = 1 \qquad \begin{aligned} \mathbf{W}_g &= \eta = e^{2L(1-\sqrt{2})} \left\{ \frac{1}{2} + \frac{5}{8\sqrt{2}} + \frac{1}{4} L (1 + \sqrt{2}) \right\} \\ \mathbf{W}_c &= \quad e^{-2L(1+\sqrt{2})} \left\{ \frac{1}{2} - \frac{5}{8\sqrt{2}} + \frac{1}{4} L (\sqrt{2} - 1) \right\} \end{aligned}$$

$L = 0$	$\mathbf{W}_g = 0{,}942$	$\mathbf{W}_c = 0{,}058$	$lg\,\mathbf{W}_c = -\ 2{,}85$
$L = 0{,}1$	0,918	0,042	− 3,15
$L = 0{,}2$	0,900	0,0301	− 3,50
$L = 0{,}3$	0,873	0,0210	− 3,86
$L = 0{,}4$	0,848	0,0145	− 4,23
$L = 0{,}5$	0,818	0,0098	− 4,58
$L = 0{,}75$	0,748	0,00363	− 5,62
$L = 1$	0,673	0,00129	− 6,65
$L = 1{,}5$	0,532	0,000152	− 8,79
$L = 2$	0,410	0,0000171	− 11,00

Voor $\frac{p}{q} = 2$ worden de formules

$$\mathbf{W}_g = \eta = e^{L(2-\sqrt{5})}\left\{\frac{1}{2} + \frac{1{,}1}{\sqrt{5}} + L\left(\frac{1}{10} + \frac{1}{4\sqrt{5}}\right)\right\}$$

$$\mathbf{W}_c = e^{-L(2+\sqrt{5})}\left\{\frac{1}{2} - \frac{1{,}1}{\sqrt{5}} + L\left(\frac{1}{4\sqrt{5}} - \frac{1}{10}\right)\right\}$$

$L = 0$	$\mathbf{W}_g = 0{,}992$	$\mathbf{W}_c = 0{,}008$	$lg\,\mathbf{W}_c = -\ 4{,}82$
$L = 0{,}5$	0,974	0,00166	− 6,39
$L = 1$	0,951	0,000282	− 8,16
$L = 1{,}5$	0,917	$4{,}5.10^{-5}$	− 10,01
$L = 2$	0,882	$6{,}6.10^{-6}$	− 11,92
$L = 2{,}5$	0,841	$9{,}6.10^{-7}$	− 13,87
$L = 3$	0,798	$1{,}26.10^{-7}$	− 15,85

In de grafiek is $\mathbf{W}_c$ uitgezet als functie van $\mathbf{W}_g$, en wel voor $\frac{p}{q} = 1$ en $\frac{p}{q} = 2$. Hierbij is kromme A het optimum, kromme B geeft het verband voor $\gamma = 0$, waarbij wordt uitgeschakeld bij een zekere amplitude welke is gevariëerd, kromme C stelt voor $\gamma =$ constant voor alle amplituden, en deze constante waarde is gevariëerd. Duidelijk is te zien, dat de drempelvariatie omgekeerd evenredig met de amplitude (optimum) een zeer grote winst geeft.

9. Optimale drempelvariatie zonder diversity.

De beschouwingen waaruit een drempelspanning omgekeerd evenredig met de amplitude volgde, gelden onveranderd wanneer geen diversity wordt toegepast. Het enige verschil is, dat dan

$$\mathbf{W}_g = \int_0^\infty W_g(s)\, e^{-s}\, ds \text{ en niet } \mathbf{W}_g = \int_0^\infty W_g(s)\, e^{-s}\, s\, ds\,.$$

Het resultaat hiervan kunnen we ineens opschrijven, door uit de eindformules van par. 8 enkele termen weg te laten.
We verkrijgen dan:

$$\mathbf{W}_g = \left[\frac{p}{2\sqrt{p^2+q^2}} + \tfrac{1}{2}\right] exp\; 2L\left(1 - \frac{\sqrt{p^2+q^2}}{p}\right)$$

$$\mathbf{W}_c = \left[-\frac{p}{2\sqrt{p^2+q^2}} + \tfrac{1}{2}\right] exp - 2L\left(1 + \frac{\sqrt{p^2+q^2}}{p}\right)$$

Gemakkelijk overtuigt men zich dat ook hier

$$\frac{d\mathbf{W}_g}{dL} = e^{4L}\; \frac{d\mathbf{W}_c}{dL} \text{ zoals behoort.}$$

Voor $\frac{p}{q} = 1$ wordt

$$\mathbf{W}_g = \eta = e^{2L(1-\sqrt{2})}\left(\tfrac{1}{2} + \frac{1}{2\sqrt{2}}\right)$$

$$\mathbf{W}_c = \quad e^{-2L(1+\sqrt{2})}\left(\tfrac{1}{2} - \frac{1}{2\sqrt{2}}\right)$$

$L = 0$	$\mathbf{W}_g = 0{,}854$	$\mathbf{W}_c = 0{,}146$	$lg\,\mathbf{W}_c = -1{,}923$
$L = 0{,}1$	0,779	0,090	− 2,406
$L = 0{,}2$	0,723	0,0554	− 2,889
$L = 0{,}3$	0,665	0,0343	− 3,371
$L = 0{,}4$	0,613	0,0211	− 3,854
$L = 0{,}5$	0,563	0,0130	− 4,337
$L = 0{,}75$	0,458	0,00389	− 5,544
$L = 1$	0,368	0,00148	− 6,751

Voor $\frac{p}{q} = 2$ wordt

$$\mathbf{W}_g = \eta = e^{L(2-\sqrt{5})}\left(\tfrac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{5}}\right)$$

$$\mathbf{W}_c = \quad e^{-L(2+\sqrt{5})}\left(\tfrac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{5}}\right)$$

$L = 0$	$\mathbf{W}_g = 0{,}947$	$\mathbf{W}_c^{\mathrm{II}} = 0{,}053$	$lg\,\mathbf{W}_c = -\ 2{,}94$
$L = 0{,}5$	$0{,}840$	$0{,}00602$	$-\ 5{,}06$
$L = 1$	$0{,}747$	$7{,}6.10^{-4}$	$-\ 7{,}18$
$L = 1{,}5$	$0{,}663$	$9{,}14.10^{-5}$	$-\ 9{,}29$
$L = 2$	$0{,}590$	$11{,}10^{-6}$	$-\ 11{,}41$
$L = 2{,}5$	$0{,}524$	$13{,}2.10^{-7}$	$-\ 13{,}53$
$L = 3$	$0{,}466$	$16{,}10^{-8}$	$-\ 15{,}65$

In fig. 2 is uitgezet voor $\frac{p}{q} = 1$ en $\frac{p}{q} = 2$:

$\mathbf{W}_c$ als $f(\mathbf{W}_g)$ voor optimaal drempelverloop en wel kromme I voor dubbele diversity (gelijk aan kromme A in fig. 1) en kromme II zonder diversity.

Daar deze beide krommen optimale drempelaanpassing veronderstellen, geven zij in zekere mate de absolute verbetering weer, welke door de diversity te bereiken is. Hoewel dit een zeer grote factor is, bij $\frac{p}{q} = 2$ en $\mathbf{W}_g = 0{,}8$ is het aantal fouten e^{10} maal kleiner, zien we toch dat kromme I voor $\frac{p}{q} = 1$ (dubbele diversity) nog iets slechter is dan kromme II voor $\frac{p}{q} = 2$ (geen diversity). We hebben dus door de dubbele diversity nog niet een verbetering van 6 db in signaal-ruisverhouding bereikt. Dit is ook een gevolg van het feit, dat de optimale drempelaanpassing (omgekeerd evenredig met signaalsterkte) een nog groter nut heeft als men geen diversity toepast, immers de perioden met kleine sigaalsterkte komen dan relatief meer voor.

Om dit numeriek nog iets duidelijker te zien, geven we nog de formules die gelden zonder diversity met een constante drempelfactor γ. We zien gemakkelijk, dat dit dezelfde formules zijn als in par. 4 voor dubbele diversity werden gevonden, alleen verdwijnen de termen met $\frac{1}{a^3}$ en $\frac{1}{b^3}$.

Dus:

$$\mathbf{W}_g = \eta = \tfrac{1}{2} + (1 - \gamma)\,\frac{p}{q}\,\frac{1}{2a}, \quad a^2 = 1 + (\gamma - 1)^2\,\frac{p^2}{q^2}$$

$$\mathbf{W}_c = \tfrac{1}{2} - (1 + \gamma)\,\frac{p}{q}\,\frac{1}{2b}, \quad b^2 = 1 + (\gamma + 1)^2\,\frac{p^2}{q^2}.$$

In fig. 2 is in kromme II_a $\mathbf{W}_c$ als $f(\mathbf{W}_g)$ uitgezet volgens deze

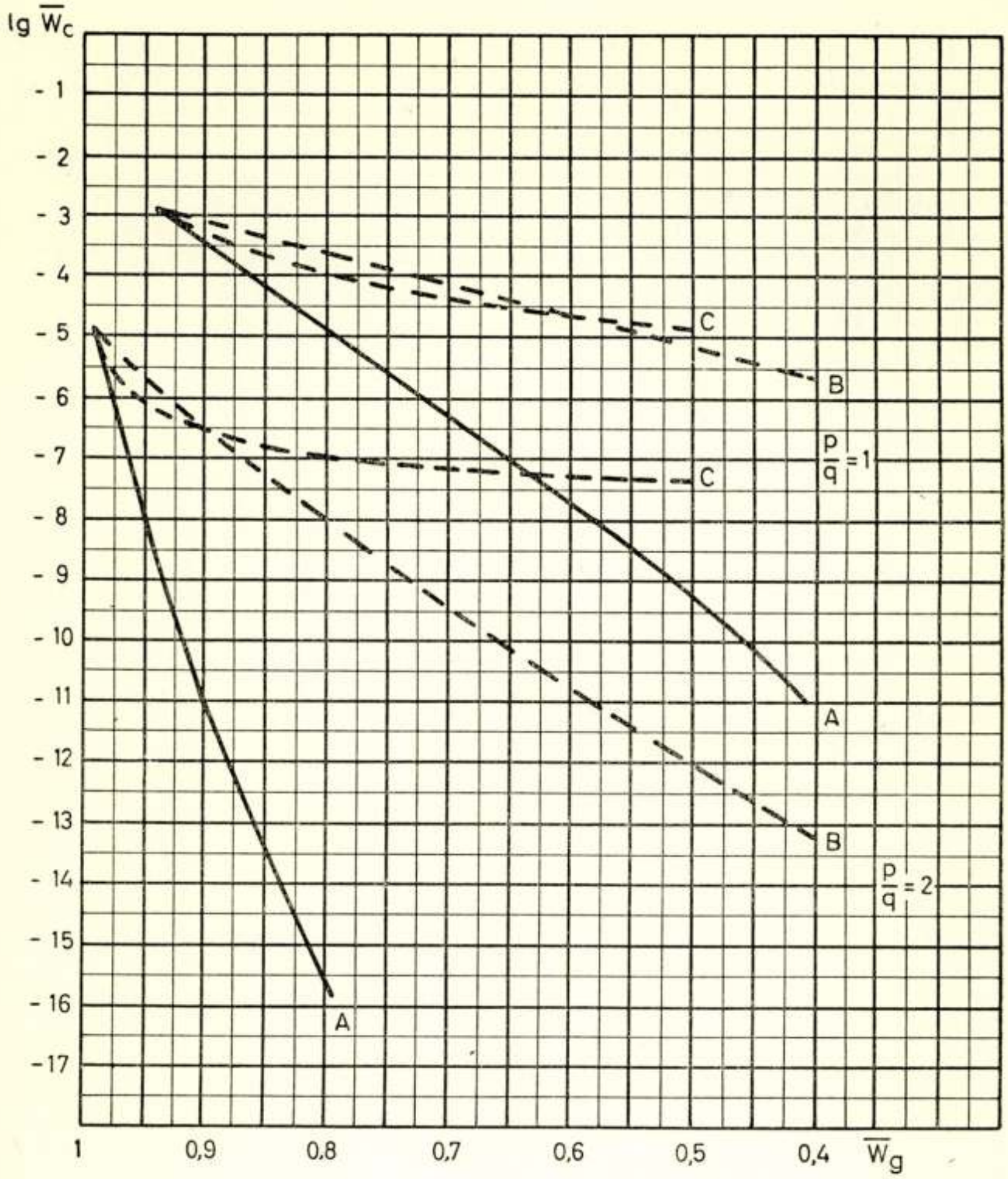

Fig. 1.

Verband tussen aantal doorgelaten fouten ($\mathbf{W}_c$) en rendement ($\mathbf{W}_g$) bij normale fading en dubbele diversity.

A Drempel omgekeerd evenredig met signaal

B Drempel van 0 naar ∞ beneden een bepaalde signaalsterkte

C Drempel evenredig met signaal.

formules, en wel voor $\frac{p}{q} = 1$ en $\frac{p}{q} = 2$. Inderdaad blijkt dat ook zonder diversity de veranderlijke drempelfactor (drempelspanning omgekeerd evenredig met de quasi-stationnaire amplitude) een zeer grote verbetering geeft. Vanzelfsprekend ligt het resultaat bij absoluut constante drempelspanning tussen II en II_a in, en

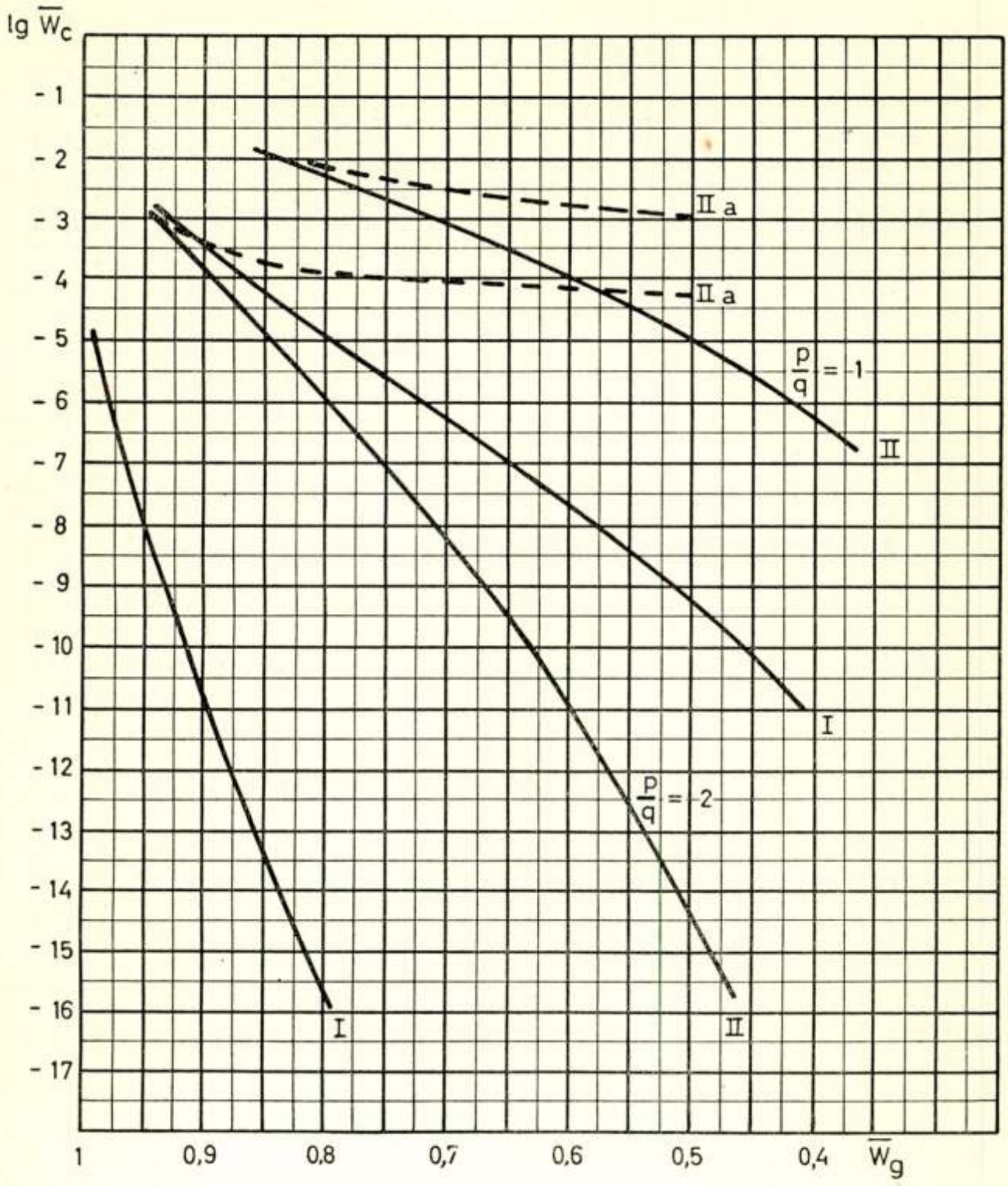

Fig. 2.

Verband tussen aantal doorgelaten fouten ($\mathbf{W}_c$) en rendement ($\mathbf{W}_g$)

I Normale fading, dubbele diversity, drempel omgekeerd evenredig met combinatiesignaal

II Normale fading, geen diversity, drempel omgekeerd evenredig met signaal

IIa Normale fading, geen diversity, drempel evenredig met signaal.

het is dus beter de drempelspanning constant te laten, dan deze de amplitude te laten volgen.

Daar in de grafiek de waarden van γ niet vermeld zijn, volgen de krommen hier ook in tabelvorm.

$\frac{p}{q} = 1$

$\gamma = 0$	$\mathbf{W}_g = 0{,}854$	$\mathbf{W}_c = 0{,}146$	$lg\,\mathbf{W}_c = -1{,}92$
$\gamma = \frac{1}{4}$	0,800	0,109	$-2{,}22$
$\gamma = \frac{1}{2}$	0,723	0,083	$-2{,}49$
$\gamma = \frac{3}{4}$	0,621	0,066	$-2{,}72$
$\gamma = 1$	0,500	0,053	$-2{,}94$

$\frac{p}{q} = 2$

$\gamma = 0$	0,947	0,053	$-2{,}94$
$\gamma = \frac{1}{4}$	0,916	0,036	$-3{,}32$
$\gamma = \frac{1}{2}$	0,853	0,026	$-3{,}65$
$\gamma = \frac{3}{4}$	0,723	0,029	$-3{,}96$
$\gamma = 1$	0,500	0,014	$-4{,}26$

10. Tot slot nog enkele practische gegevens over het verloop van de optimale drempelspanning. In par. 6 is gevonden dat deze moet zijn $L \frac{q^2}{p\sqrt{s}}$. De quasi-stationnaire (langzaam met fading variërende) signaalspanning ligt tussen $p\sqrt{s}$ en $p\sqrt{s + ds}$ met een waarschijnlijkheid $e^{-s}\,ds$ zonder diversity en $e^{-s}\,s\,ds$ bij tweevoudige diversity, wanneer hierbij de meest gunstige menging is toegepast. De drempel is dus omgekeerd evenredig met de signaalspanning, en is gelijk aan de signaalspanning bij

$L \frac{q^2}{p\sqrt{s}} = p\sqrt{s}$ of $s = L \frac{q^2}{p^2}$, dus bij $\frac{p}{q} = 1$ voor $s = L$ en bij $\frac{p}{q} = 2$ voor $S = \frac{1}{4} L$.

De amplitude is daarbij $p\sqrt{s} = q\sqrt{L} = A_n$ (normaal-amplitude). De drempelspanning moet evenredig zijn met $\frac{A^2_n}{a}$ (a = amplitude). Het doet er niet toe dat noch q, de ruisspanning, noch de meest gewenste L van tevoren bekend is, immers bij elke willekeurige $A_n = q\sqrt{L}$ zijn de resultaten optimaal, d.wz. bij hetzelfde rendement is het op geen andere wijze mogelijk minder fouten te krijgen, en bij hetzelfde aantal fouten is het niet mogelijk om een beter rendement te bereiken. Men stelt dus eenvoudig proefondervindelijk A_n in, zó dat het meest gewenste compromis verkregen wordt.

Het kan soms nuttig zijn om de drempelspanningen in te stellen, in overeenstemming met een meting van de gemiddelde signaalspanning, hetzij lineair, hetzij kwadratisch.

We hebben de signaalspanning gesteld op $p\sqrt{s}$, waarbij s langzaam verandert.

De volgende waarden gelden:

1. Geen diversity. Signaalspanning tussen $p\sqrt{s}$ en $p\sqrt{s+ds}$ met waarschijnlijkheid $e^{-s}\,ds$.
   Gemiddelde energie:

   $$p^2\int_0^\infty s\,e^{-s}\,ds = p^2,$$ zodat dus de kwadratisch gemiddelde signaalspanning bedraagt p.
   Lineair gemiddelde spanning:

   $$p\int_0^\infty \sqrt{s}\,e^{-s}\,ds = p\,.\,\tfrac{1}{2}\sqrt{\pi}$$

2. Tweevoudige diversity. Signaalspanning tussen $p\sqrt{s}$ en $p\sqrt{s+ds}$ met waarschijnlijkheid $s\,e^{-s}\,ds$.
   Gemiddelde energie:

   $$p^2\int_0^\infty s^2\,e^{-s}\,ds = 2p^2,$$ zodat dus de kwadratische gemiddelde signaalspanning bedraagt $p\sqrt{2}$.

   Lineair gemiddelde spanning:

   $$p\int_0^\infty \sqrt{s}\,e^{-s}\,s\,ds = p\,.\,\tfrac{3}{4}\sqrt{\pi}\,.$$

Conclusie:

Bij niet al te snelle fading verkrijgt men het beste resultaat wat rendement ten opzichte van fouten betreft, indien de drempelspanning welke de afkeurgrens voor de signalen vormt, omgekeerd evenredig met de signaalspanning verloopt. Dit geldt zowel met diversity als zonder diversity. Een constante drempelspanning is, hoewel veel minder gunstig, toch nog veel beter

dan een drempelspanning welke recht evenredig is met de signaalspanning. Onder de aanname dat bij de diversity de mengverhouding van de twee signalen optimaal is, worden reeds zeer bruikbare resultaten bereikt als het signaal gemiddeld niet groter dan de ruisspanning is.

Manuscript ontvangen op 4 februari 1958.

The transistor, seen from within

by J. C. van Vessem *)

Lecture delivered for the Nederlands Radiogenootschap on 16th January 1957.

Summary

After the first few hectic years of transistor development, the alloy technique has had found the most widespread use in transistor production. The natural limits of this "classical" process are discussed in relation to audio, R.F. and power application. The author describes the later improvements upon this technique resulting from the introduction of other methods, and devotes special attention to transistors for higher frequencies and high power.

A review is also given of the relationship between physical design parameters and electrical parameters.

1. Introduction

Many electrical engineers picture a transistor as a „black box", with a few terminal wires. Inside this box one finds an „equivalent network circuit" which is sufficient to explain the transistor's behaviour in most cases. Sometimes it is useful however, to cast a glance inside this box, and to try to link the electrical phenomena with the physical ones observed inside.

This physical picture also explains to us the course which transistor production and design have taken, from the beginning until today. At the same time it will supply the information what may be expected to be developed and what can be available in the next years to come.

2. Realisation of the transistor structure

Although in the early transistor days the so called point- contact transistor was one of the first practical designs and since then many other transistor structures have been proposed (e.g. filamentary transistor, field-effect transistor etc), until now only the junction transistor (*p-n-p* or *n-p-n* type) has found widespread

*) N.V. Philips' Gloeilampenfabrieken, Nijmegen
Semi-conductor Development Laboratory

use and is being mass-manufactured everywhere in the world. Therefore this article will restrict itself to the problems related with junction transistors.

The technical problem here lies in the realisation of a piece of monocrystalline germanium with three regions of *p-n-p* or *n-p-n* type conductivity, combined with a good control of geometry and electrical properties.

Looking back we see that the first known method to fabricate a junction transistor (pulling a crystal out of a melt, and changing the type of conductivity of the melt during the pulling, by addition of impurities of *p* or *n* type) was not an easy one. It required expensive gear and one single crystal yielded only about 200 transistors. Nearly all „pulled" junction transistors were of the *n-p-n* type.

Shortly after the announcement of the „pulling" method, the „alloy" method was published. Here a pellet of an activating metal (e.g. indium) is alloyed with a part of a germanium single crystal. It dissolves the germanium locally and, on cooling, a thin layer of opposite conductivity type recrystallises, thus forming a *p-n* junction, provided we select a suitable combination of activator pellet and germanium conductivity. With the *p*-forming indium one needs *n*-type germanium single crystal material, or with *n*-forming antimony a *p*-type crystal.

Fig. 1 shows a microphotograph of such an alloyed transistor structure. Two indium pellets have been alloyed on both sides of the *n*-type germanium crystal. The recrystallised area show clearly. By etching the two *p-n* junctions have been made visible. They run parallel to each other, with a piece of the original germanium crystal in between. This latter part forms the base of the transistor, the small pellet forms the emitter and the larger pellet the collector. As will be explained later in this article, the control of this base width and the perfection of the recrystallised junctions form some of the main points of fabrication for the „alloy" process. Now our choice of suitable *p*- or *n*- forming elements which will behave „nicely" when being alloyed in the above described manner is very small. So small in fact, that pure indium is about the only element to fulfil all conditions (e.g. suitable phase-diagram, melting point, ductility, etc) and this explains why most alloy transistors are of the *p-n-p* type. By the use of binary or ternary alloys one has succeeded in producing *n-p-n* alloy transistors but the bulk of the production is of the *p-n-p* type.

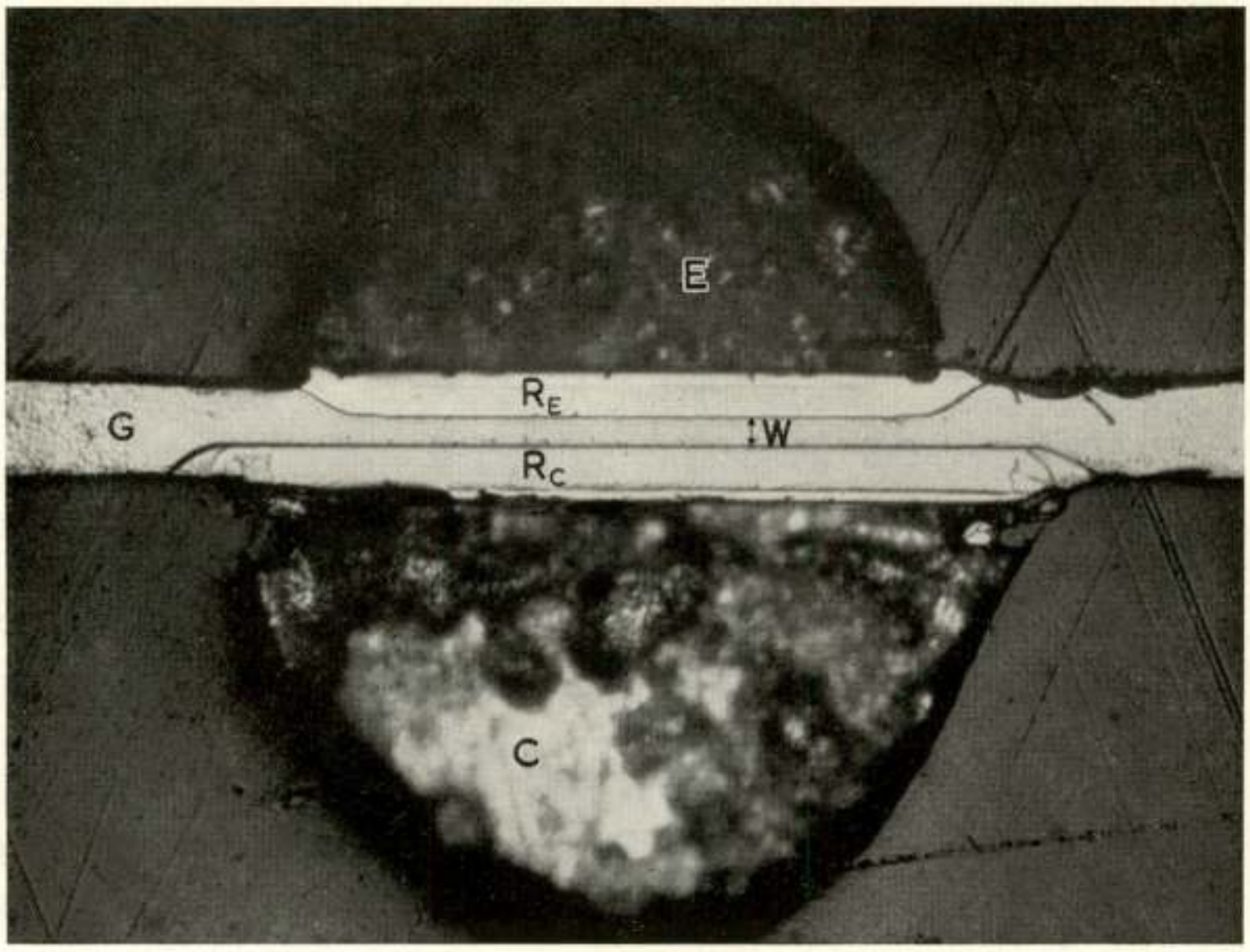

Fig. 1.
Etched micro-section of an alloyed germanium *p-n-p* transistor
E — emitter indium dot; *C* — collector; *G* — *n*-type germanium crystal; *W* — base width; *RE* — recrystallised emitter region; *RC* — recrystallised collector region.

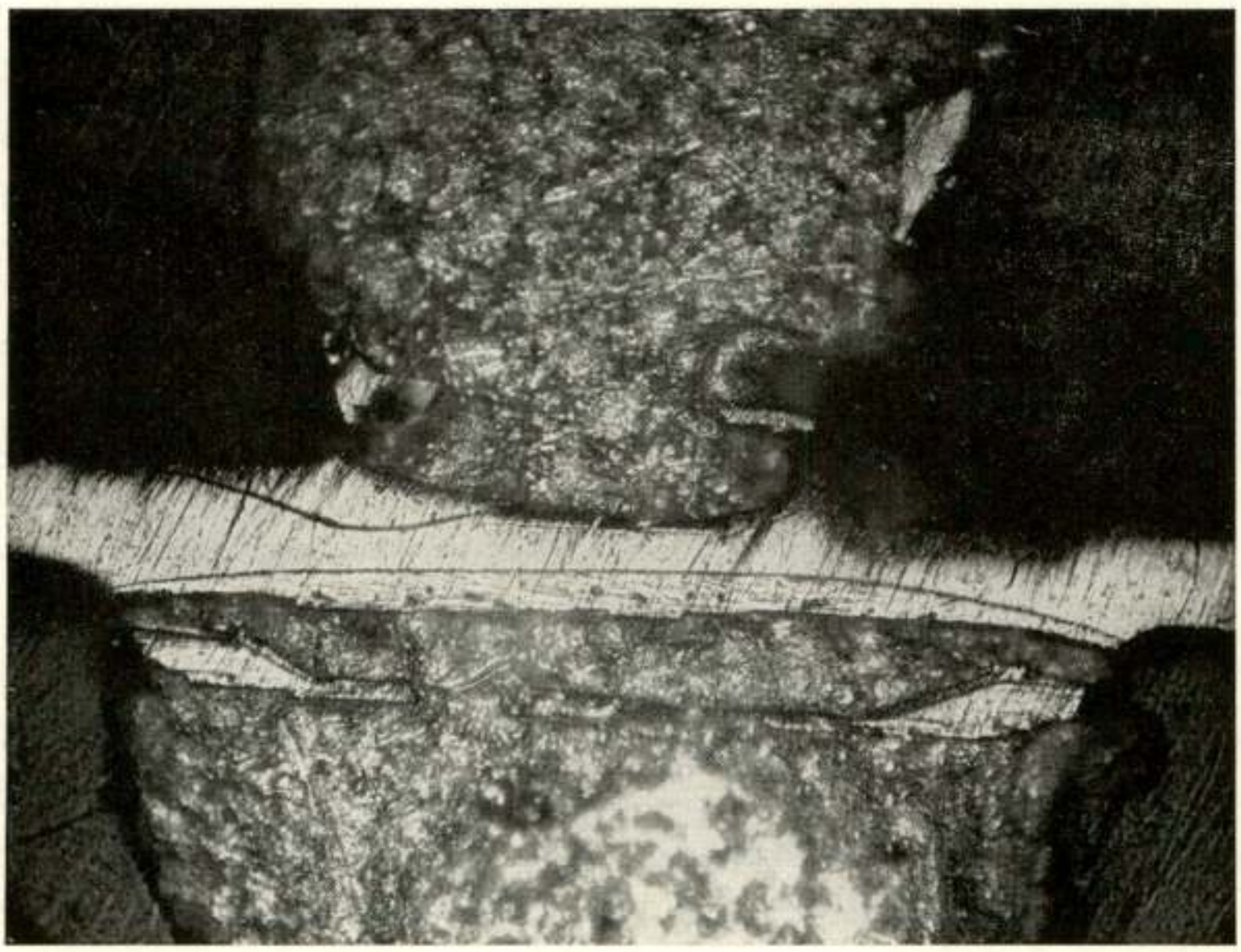

Fig. 2.
Etched micro-section of a badly alloyed germanium *p-n-p* transistor.

bient. Once the designer has chosen the max. allowable junction temperature, these thermal resistances determine the maximum allowable collector dissipation. Nowadays most European transistor manufacturers take 75°C as the $T_{j\,max}$ (sometimes an occasional increase to 90°C is permitted in their specifications). We will illustrate the use of T_{max} and thermal resistance for the case of a power transistor:

For a given power transistor a thermal resistance of $1\frac{1}{2}$C° per watt from junction to envelope is specified, together with a $T_{j\,max}$ of 75°C. A normal heatsink has a thermal resistance of $\pm\ 3\frac{1}{2}$C° per watt from heatsink to ambient. Total junction temperature rise is $1\frac{1}{2} + 3\frac{1}{2} = 5$ C°/watt between junction and ambient. For the max. collector dissipation at 50 °C ambient we readily calculate $\frac{75 - 50}{1\frac{1}{2} + 3\frac{1}{2}} = 5$ watt. At 25°C ambient: $\frac{75 - 25}{1\frac{1}{2} + 3\frac{1}{2}} =$ $= 10$ watt.

Various manufacturers use different ways of specifying dissipation. A reliable method is to plot max. collector dissipation against mounting base temperature (fig. 3). Here it is left to the

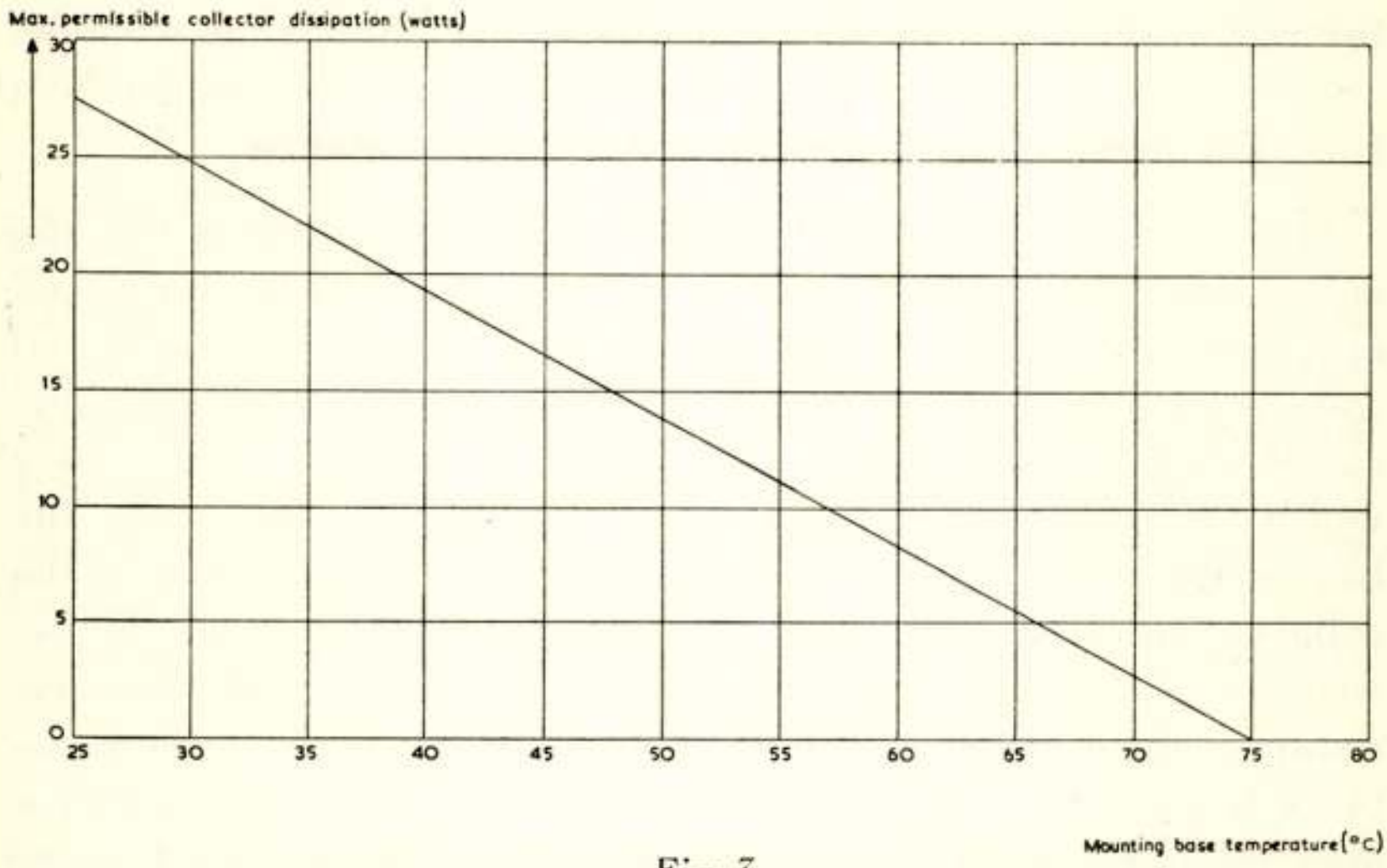

Fig. 3.
Dissipation as a function of mounting base (= stud) temperature for a OC 16 type power transistor

user, how to design a heatsink. Our example shows however, that the heatsink becomes very important for high-power transistors. If e.g. we could improve our heatsink from $3\frac{1}{2}$ to 1 C°/watt, we calculate at 25° C: $\frac{75 - 25}{1\frac{1}{2} + 1} = 20$ watt instead of 10 watt. If

we spoil the quality of the heatsink by a bad thermal contact (e.g. $6\frac{1}{2}$ C°/W) we find: $\frac{75 - 25}{1\frac{1}{2} + 6\frac{1}{2}} = 6$ watt.

Also for thermal stability problems this thermal relationship is important.

3.6. Stability, life

Compared with a vacuum tube where the cathode may lose its emission, the transistor finds itself in a favorable position. Physically seen, the emitter will keep the same efficieny throughout life. Vacuum is unnecessary, but a good encapsulation is important. The sensitive part of a transistor (or a diode) is its surface. The surface condition influences the value of α' and (or) the value of the collector cutoff current strongly. Injected carriers may end their life on the surface before they reach the collector. Any change in the surface recombination velocity will produce a change in α'. Now the surface owes its properties to certain adsorbed layers[2]). Temperature changes of the semiconductor itself (such as are produced by continuous operation at high junction temperatures) may affect these surface conditions and so change the amplifying properties. By pretreating the crystal surface however (e.g. with various sorts of bakes) surface conditions may be created which are stable at junction temperatures of 75° C to 90° C. If one operates the transistor at a lower junction temperature however, the above mentioned problem becomes less important.

As a consequence of the sensitivity of the surface the transistor will also change its properties, when harmful vapours from outside (e.g. excess watervapour) can reach the surface on account of a non-hermetic seal. For this reason a glass envelope forms an almost ideal encapsulation:

a. It is absolutely hermetically sealed;
b. During sealing no harmful vapours are released (as in the case of soldering a metal can with a solder-flux!!).

For heavier types, such as power transistors, which need a metal-base as a heatsink (type OC 16) the various methods of cold-welding or cold-sealing also fulfil the conditions mentioned above.

During life the surface conditions may change, when the transistor has been operated during a long time at a very high junction temperature. This effect will show very clearly, when

a manufacturer uses a very low surface recombination velocity. These surfaces will always change slowly, showing a decrease of α'. Specially at low collector currents this effect becomes pronounced. At high collector currents, where the emitter efficiency mainly will determine the value of α', aging effects are less serious. Thus, plotting α' vs. collector current we find that aged transistors show a flatter curve than unaged ones. (fig. 4).

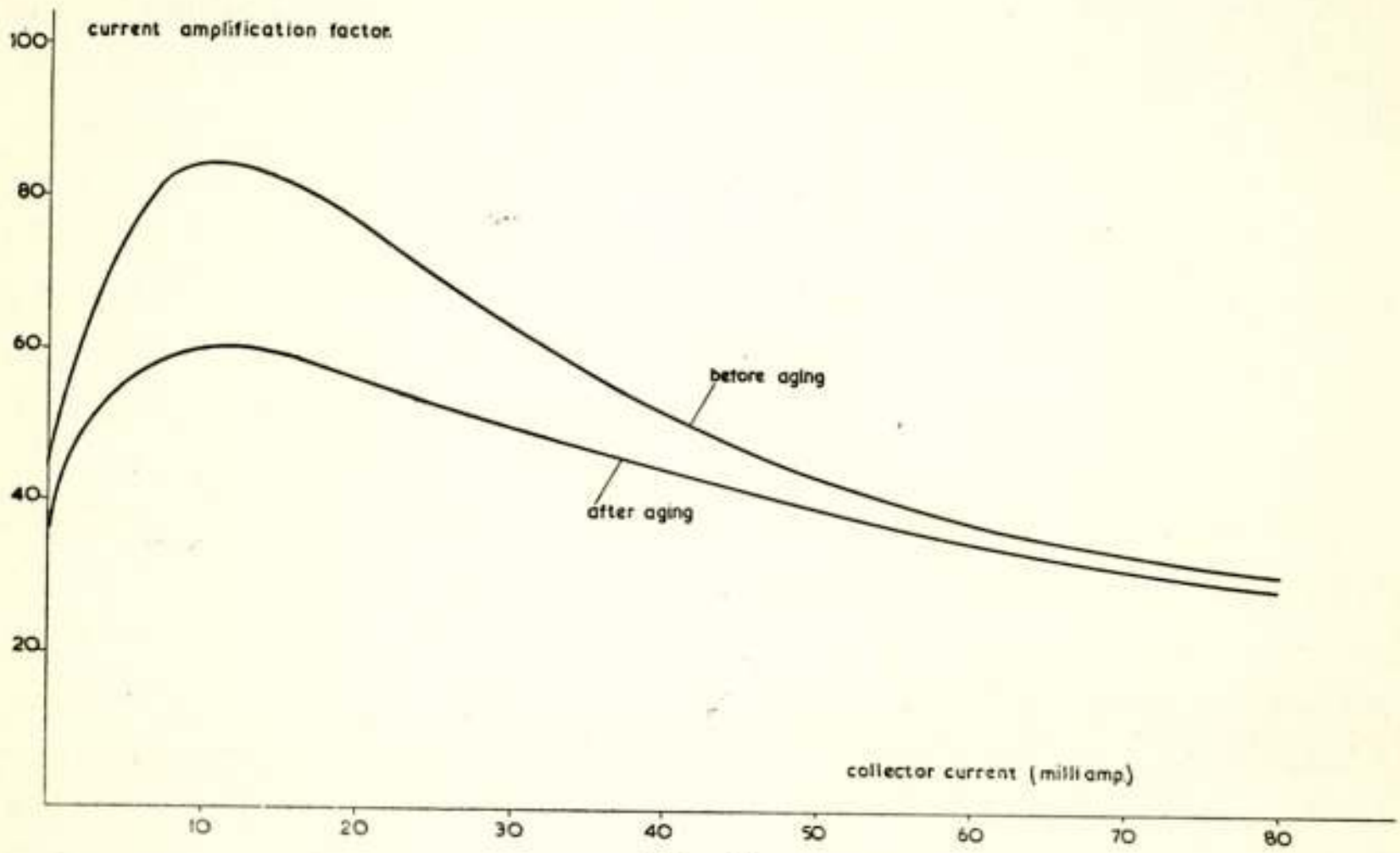

Fig. 4.
Effect of aging upon the current amplification factor (α') of a medium power transistor

The general trend nowadays is, to use a rather small junction distance. This will give a high α' value. After preaging or prebaking the surface recombination velocity is increased however, thus reducing α' at low currents to the normal value. At higher collector currents the α' remains relatively high because surface recombination is there less important.

Generally it can be said that the most stable performance can be obtained by combining a low junction operating temperature with a good preaging process. The amazing thing, however, is that most "professional" (or "industrial") users of transistors try to specify a higher operation temperature than the T_j of 75° C which is mostly used for entertainment applications. This is contradictory with the physical effects stated above.

3.7. With the multitude of methods used, to specify four-pole parameters, it is not very easy to try to relate each of

them to direct physical effects. Therefore we will restrict ourselves to some of the most directly important properties:

3.7.1. Base resistance

This can be seen as the resistance for the current flow from somewhere in between the two junctions, to the base contact. An exact calculation is very difficult, because not every part of the base has the same current density and also because the $r_{bb'}$ DC value will differ somewhat from the value at higher frequencies. Generally the geometry here determines the absolute value, together with the resistivity of the basematerial used. Circular base-tabs, small distance from base-tab to emitter and low resistivity material lower the base resistance. Small junction distance (W) and heavy etching of the transistor surface (gives thinner germanium layer) will increase the base resistance.

Sometimes the use of diffused surface layers will lower the $r_{bb'}$ without affecting the collector characteristic, but will lower the emitter breakdown voltage).

3.7.2. Capacity

For many applications the collector-to-base capacity is an important parameter. Sometimes it is necessary to neutralise this capacity, e.g. when using normal alloy RF transistors in $I.F.$ circuits at 455 kc. This capacity is formed by the electrical double layer between collector and base. For a given collector voltage it depends upon the resistivity ϱ of the base material (proportional to $\frac{1}{\sqrt{\varrho}}$) and increases proportionally with the collector area.

The emitter junction capacity becomes important for various types of high frequency transistors, where it reduces the cutoff frequency.

4. Choise of production techniques

Looking back into the "history" of transistor development it can be said that the process of alloying an indium pellet onto an n-type germanium single crystal was for the time being a very attractive method. The indium dissolves the germanium during the heating cycle. Upon cooling the germanium recrystallises, forming

a *p*- type regrowth layer (fig. 1). This process does not require the complicated equipment which the growth of *n-p-n* crystals in a pulling furnace needs, but can be performed in a simple furnace. As a process however, it possessed some particular limitations, which explain the trend transistor development has taken.

The essential problems of the process are:

a. Control of the plane of penetration.
b. Control of the distance between two planar junctions
c. Control of the geometry (e.g. of the germanium area which has been wetted by the molten indium).

Together these problems represent the difficulty of the alloy-process.

As fig. 2 shows, we will not always find a planar junction after recrystallisation. These transistors mostly have a high leakage current between collector (or emitter) and base. Also the α' can be very low. If the junctions are planar and parallel, but the average width W is too large after recrystallisation, the α' and $f_{c\alpha}$ will be too low. Emitter and collector characteristics can be very good in this case (fig. 5).

In fig. 6 another alternative can be seen. Here the junction width W is correct, the junctions are planar and parallel, but badly centered. As a result not all injected holes will reach the collector and α' will be poor. Reverse characteristics may be normal.

As a consequence of these problems we can understand that the larger the recrystallised planes, the more difficult it is to produce a flawless transistor. The smaller the junction distance, the more chance there is of a local shortcircuit between collector and emitter. And finally the smaller the collector and emitter pellet, the greater the chance of misalignment.

This means that the easiest production to start with is: medium size junctions and as large a base width as possible. So the first alloy transistors which were marketed in 1953 had low cutoff frequencies, with medium to low α', and no power handling capacity.

The next steps were to alloy larger junctions (for power output stages) and small junctions with smaller base widths (for higher frequencies). At the moment the natural limits of these "classical" fabrication methods are well known. For power transistors with cutoff frequencies of about 200-500 Kc ($f_{c\alpha}$), the collector dissipation, dependent upon ambient temperature, will

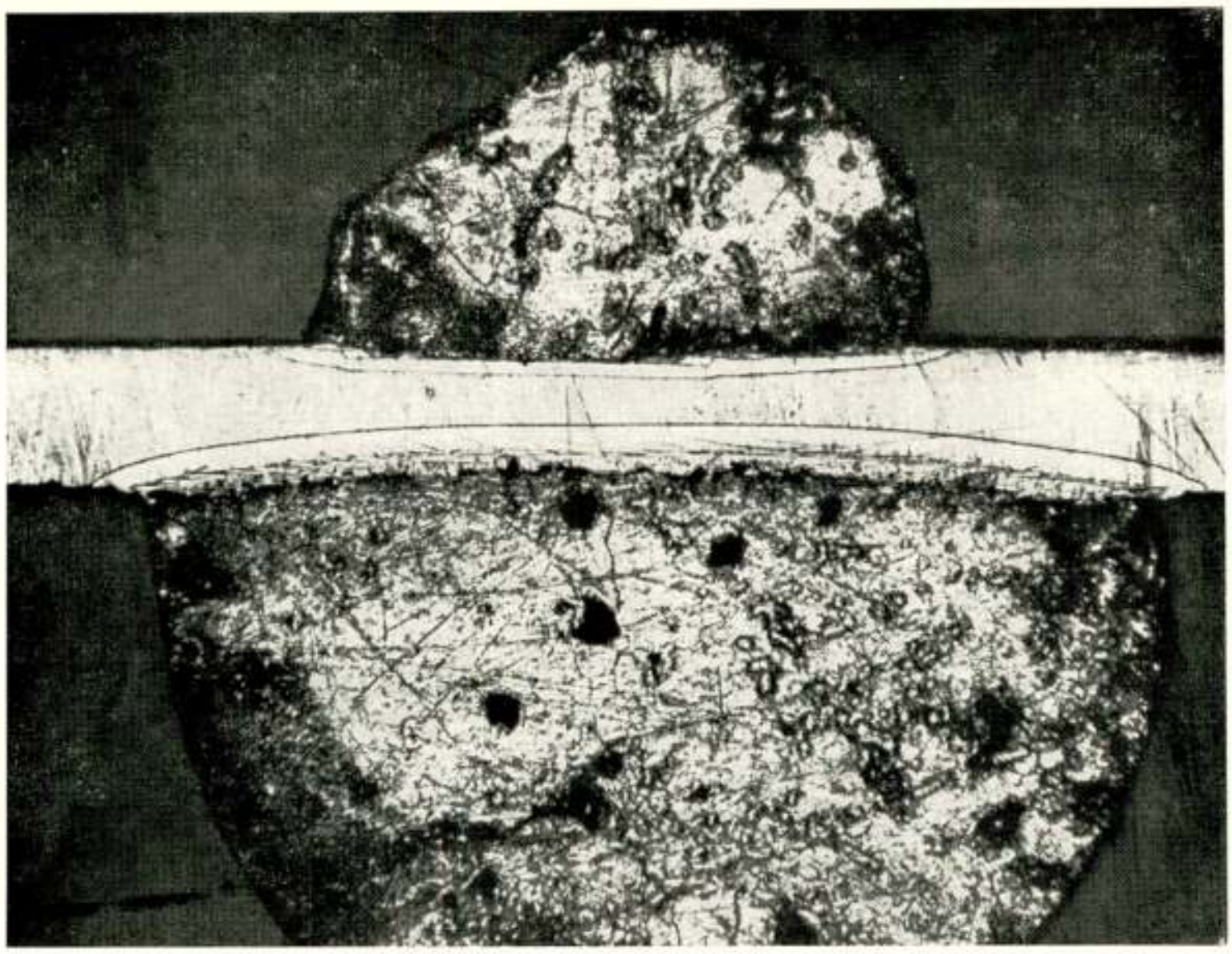

Fig. 5.
Micro-section of an alloyed *p-n-p* transistor with too large junction distance

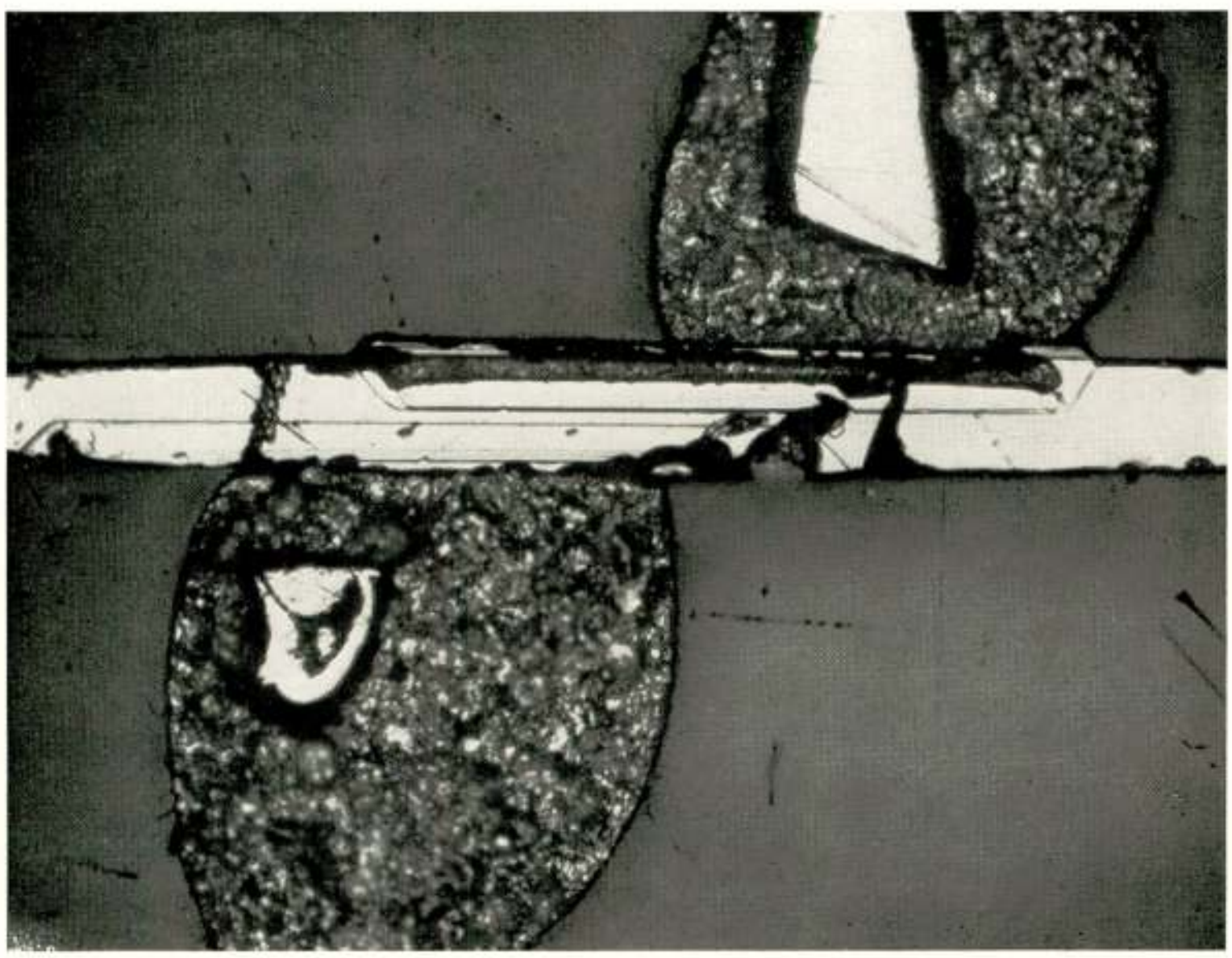

Fig. 6.
Micro-section of an alloyed *p-n-p* transistor with badly centered collector and emitter, but with correct junction width.

vary between a few and some 20 or 30 watts, for *RF* alloy transistors with about 100 *mw* dissipation, the cutoff frequencies will range between ± 5 and 25 Mc.

Those limits being known, it is of interest to discuss the possibilities for the near future, and to see how these limits can be overcome and how the fields of higher frequencies and higher power dissipation might be invaded.

5. The transistor for higher frequencies

As has been pointed out already, the f_{ca} is inversely proportional to the W^2. It is however impossible to reduce the base width indefinitely. Firstly because the alloying becomes practically impossible, secondly because the depletion layer of the collector extends in the direction of the emitter junction. When the collector voltage is increased, the depletion layer short-circuits the transistor from collector to emitter (punch through).

Also, if one wants to increase the f_{ca} it should be remembered that finally not the f_{ca} determines the performance or figure of merit, but the combination of f_{ca}, $r_{bb'}$ and $C_{b'c}$, the cutoff frequency, base resistance and collector capacity. The following measures can be taken in order to improve these three parameters.

5.1. f_{ca} improvement

The cutoff frequency (f_{ca}) depends on the transit time from emitter to collector of the injected carriers. These carriers move mainly by diffusion from emitter to collector, in normal *p-n-p* or *n-p-n* alloyed junction transistors.

An improvement in transit time is obtained if the impurity content of the base region decreases exponentially from very high values at the emitter to low values at the collector. This distribution introduces a constant electric field, parallel to the diffusion direction into the base region. This field is often called the "drift" field. The drift field reduces the transit time and increases the frequency limit of the transistor. For the same base width the "drift" structure can give an improvement of the alpha-cutoff frequency by a factor of four to eight in a germanium transistor.

In fig. 7 the concentration variation is plotted between emitter (on the left side) and collector (to the right). One notes, that

the impurity concentration here reaches a nearly intrinsic level [donor concentration 10^{13} atoms/cm^3] already halfway between emitter and collector. Thus the collector is surrounded by high resistivity material. This is done for a specific reason, which will be explained in the next paragraph (5.2.).

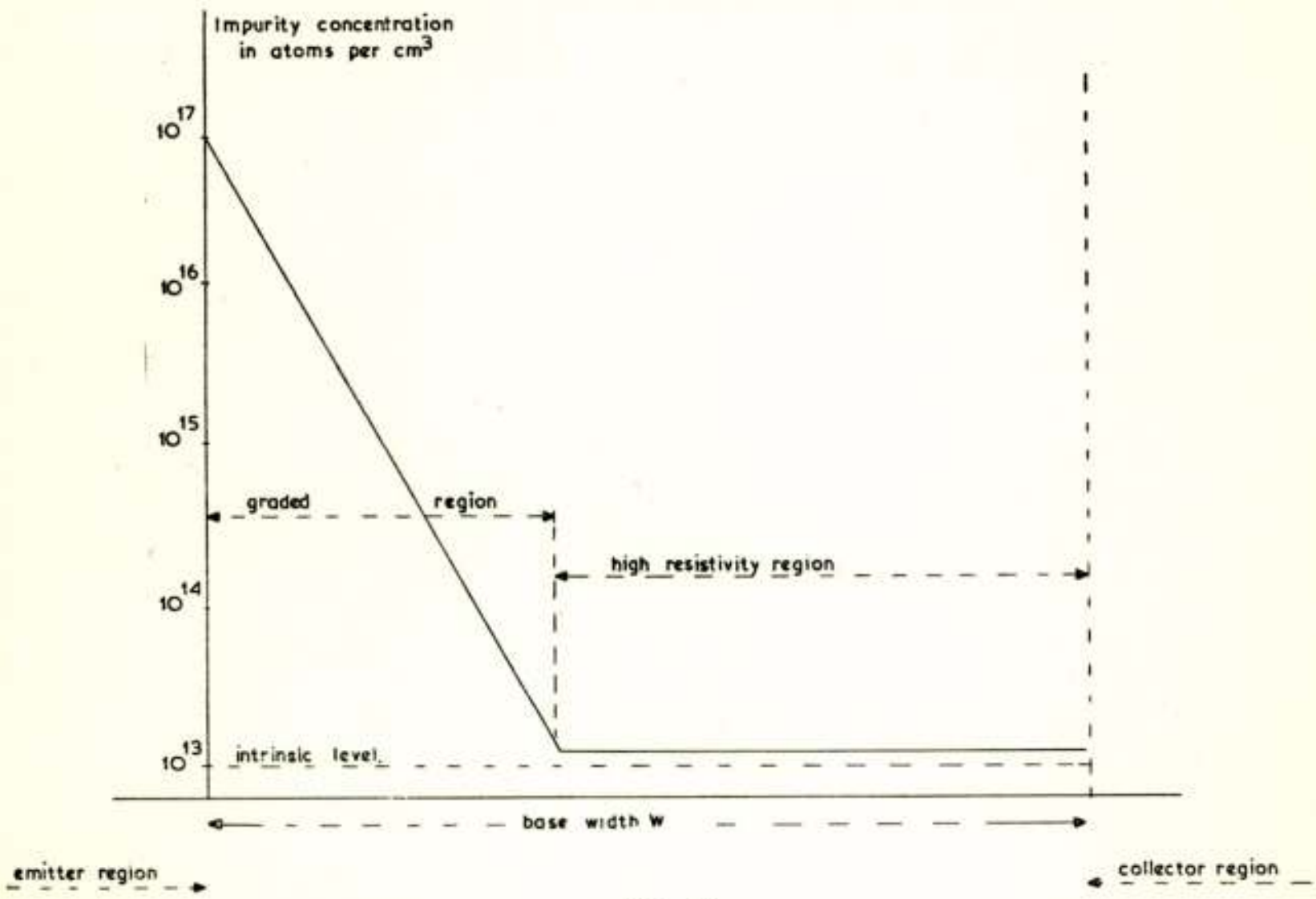

Fig. 7.
Impurity distribution in the base layer of a "drift" transistor.

5.2. Improvement of collector capacity ($C_{b'c}$)

Here the dependence of $C_{b'c}$ on the resistivity helps us to decrease the capacity. The use of very high resistivity- or intrinsic material around the collector junction will give us the best possible value. At the same time the depletion layer will extend itself further towards the emitter junction. Only the use of low resistivity material near the emitter junction will prevent punch-through in this case. A base layer with inhomogeneous resistivity is also the solution for low $C_{b'c}$. And of course a *small* collector pellet must be used here for ordinary geometrical reasons.

5.3. Practical designs

Many of the possibilities discussed above can be combined

in various ways, to produce a practical design. The first approach to use a small base width, combined with a low $r_{bb'}$, came from RCA who attempted to drill a hole in a thick piece of germanium crystal (fig. 8).

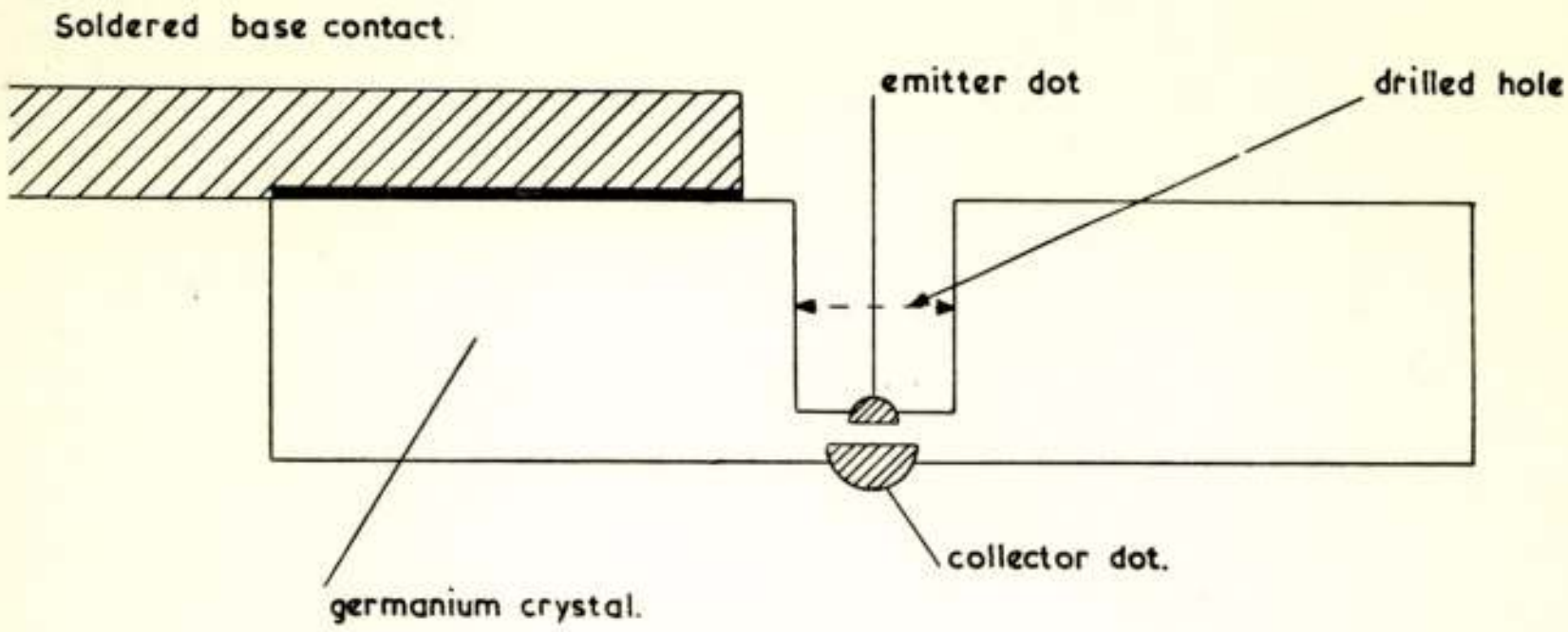

Fig. 8.
First approach to a R.F. transistor.

In the hole and on the opposite side of the crystal the indium pellets were alloyed. The thick crystal reduced the $r_{bb'}$.

Philco improved on this method by jet-etching the hole into the germanium and electroplating the indium on both sides (surface barrier transistor, S.B.T.). This structure has been recently improved by micro-alloying the thin electro-deposit of indium with the germanium. (Micro alloy transistor M.A.T.).

Because the same considerations as have been given in para graph 5.1. also hold for the surface barrier transistor, it can be directly seen that here also the cutoff frequency can be improved, when a non lineair impurity concentration in the base is used. Because this concentration is brought into the base, by diffusion of donor impurities from outside, this improved structure is called: micro alloy diffused transistor (M.A.D.T.). The cutoff frequency here can reach several hundred megacycles.

The most direct approach to improve the alloy transistor was suggested by Early[3]). The emitter-side of an intrinsic germanium crystal is provided with a layer of low resistivity (n-type, low $r_{bb'}$), on the other side a small indium dot gives a very low collector capacity on the intrinsic material (PNIP structure). Total junction distance is kept small.

A variation is the structure produced by RCA and firstly suggested by Kroemer[4]): Here a gradient field is diffused into the crystal (high resistivity n-type) and accelerates the

injected carriers (drift transistor).

In practice we possess only one easy method to produce a low resistivity layer: the diffusion method. This means that the pure *p-n-i-p* structure will be hard to achieve and will approach the "drift" structure. We can compare the distribution of donor and acceptor elements in fig. 9 In theory the *p-n-i-p* struc-

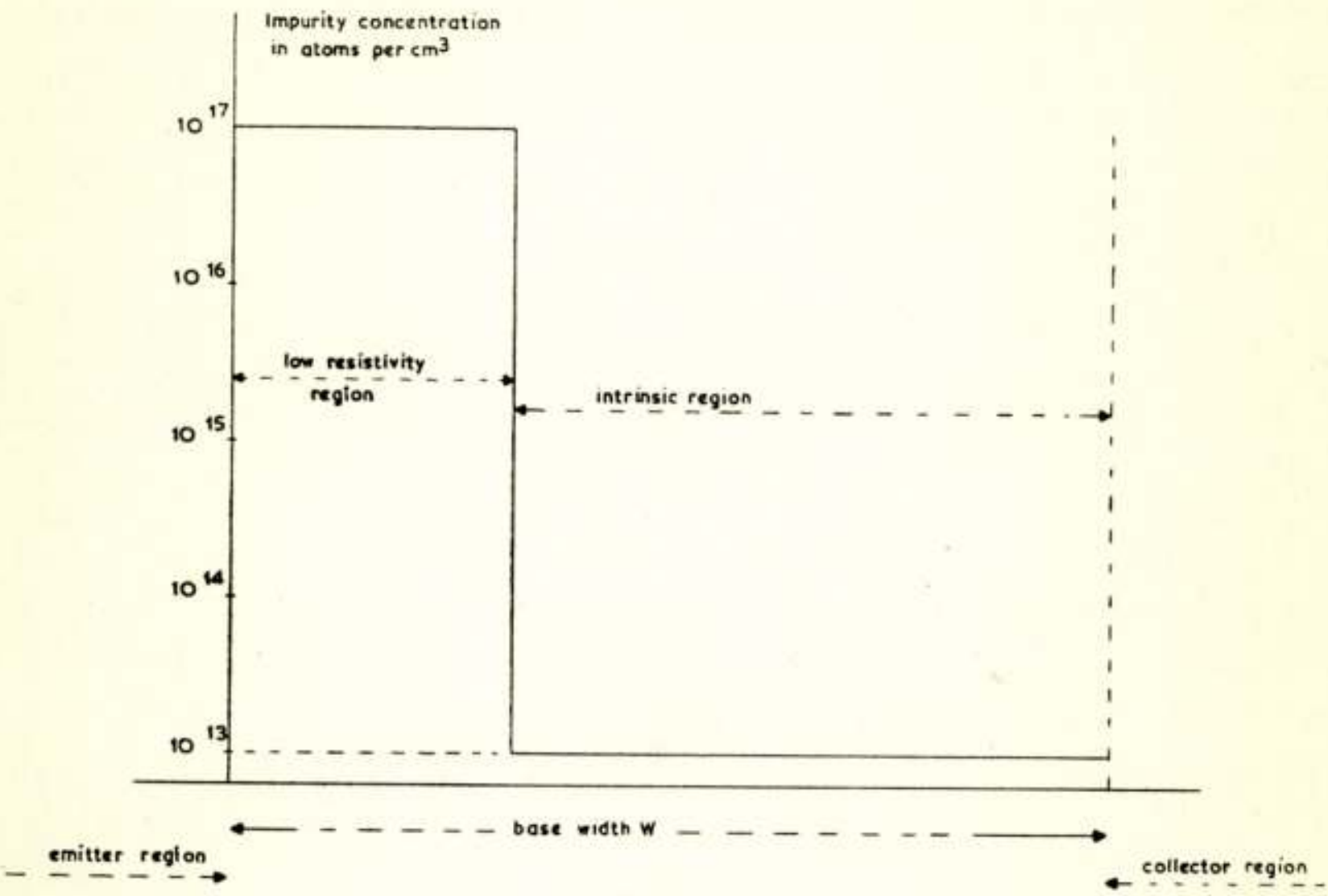

Fig. 9.
Impurity distribution in the base layer of a PNIP transistor.

ture will have the lowest base resistance, the "drift" structure the shortest transit time. Cutoff frequencies here can be of the order of several hundred Mc, depending upon the dimensions of the structures.

Many other structures are possible by the use of diffused layers, like the one made by Bell Telephone (Lee and Thomas) 5). In general we observe that most practical transistors with the structures described above have an $f_{c\alpha}$ limit near a few hundred Mc. Here we can expect our next barrier, now that the 25-30 Mc barrier of our "classical" alloy R.F. transistor has been broken down.

In the meantime several completely different types of transistors are being invented, some of them using space charge modulation, but here again we must distinguish between a laboratory device and a manufactured product. This means that

the practical realisation of most of these units will not take place in the near future.

6. Power transistors

By the use of solid copper heatsinks one has succeeded in producing units with a low internal thermal resistance ($<1°$ C/Watt between junction and mounting base). Comparing this value with the 2° C/Watt which a *very* good chassis or heat sink will add for the thermal drop between mounting base and air, we see that there remains little to be gained by a further improvement of the internal resistance. If we allow the max. allowable junction temperature to rise from 75 to 85° C, we find for the total dissipation at 55° C ambient temperature: $\frac{85-55}{1+2} = 10$ Watt and at room temperature: $\frac{85-75}{1+2} = 20$ Watt. Now one has to be careful not to misinterpret these figures. They only mean that thermally 10 or 20 W can be dissipated at 55° (or 25° C ambient).

The transistor however, has other limiting factors as: max. allowable collector voltage and max. allowable collector current. If they also permit operation at the 10 or 20 W level, everything is in order. But the α' for most types decreases considerably at high collector current densities, and so our operation still may be impossible on account of heavy distortion, arising from non-linear α'! Very often this distortion constitutes the real operation-limit.

So if we want to improve our power transistor, we can leave our encapsulations and heatsinks as they are and take the 1° C/Watt and 2-3° C/Watt as their natural thermal limits, together with the 85° C or even 90° C junction temperature, but we shall have to try to improve either the max. collector voltage or the α' non-linearity, or both.

Raising the collector voltage by the use of higher resistivity material is possible, but also the base resistance of the unit will increase. This means that more driving power is needed. In practice one also finds that the α'-nonlinearity increases.

Improving the α'-nonlinearity, means that we must increase the emitter-efficiency at high current densities and/or at the same time lower the lowcurrent α' by using a highly recombining germanium surface.

The emitter efficiency can be improved by lowering the resis-

tivity of the recrystallised germanium emitter p-layer through the addition of aluminium or gallium to the indium of the emitter, as first has been suggested by Tummers 1). Also the use of a larger emitter area helps to improve α'-linearity, because it lowers the current density.

The emitter can be made less effective at low currents by choosing a geometrically less favourable arrangement, like symmetrical structures or ring-emitters 6)7)8).

In doing so the effects of surface recombination become relatively large for small injected currents, whereas for high current rates the increased surface recombination leaves the α' nearly unaffected. Thus, as has been already stated, the total α'linearity is improved, by leaving the high current α' the same but lowering the low current α'. In the case of a symmetrical structure, where the emitter is increased in size and made equal to the collector, even an improvement in high current α' is obtained, by the increase of emitter size.

If we want to increase our possibilities of dissipation further, only the choise of

a. water or forced-air cooling or
b. the use of silicon with $\pm$ 150-175° C max. junction temperature is possible.

In both cases again we may find the α'-restriction to be the bottleneck of the whole program.

7. Combination of high power and high cutoff frequency

Generally we observe that the cutoff frequency of a transistor decreases, when the transistor dimensions increase. Because it becomes more difficult to keep large area-junctions from touching each other, the average W is somewhat higher. Since $f_{c\alpha} \sim \frac{1}{W^2}$, $f_{c\alpha}$ decreases. Now, as we know, the cutoff frequency with grounded emitter ($f_{c\alpha'}$) can be found approximately by dividing $f_{c\alpha}$ by α' : $f_{c\alpha'} = \frac{f_{c\alpha}}{\alpha'}$. For a given junction distance W, α' increases with increasing emitter radius, because the recombining surface area around the emitter increases less rapidly than the emitter area itself. This means that for large area transistors this effect reduces the $f_{c\alpha'}$ still more, because already $f_{c\alpha}$ has a tendency to decrease, and α' to increase! For a good power transistor we may find $f_{c\alpha}$ from 200-600 kc and α' between

$\pm$ 20 and 100. This means that f_{ca} will vary between 2 and 12 kc (if for all transistors of one type the surface recombination is the same)!

Keeping in mind that a high power type favours:

a. Large area (= high capacities)

b. Great junctions distance (= low cutoff frequency)

the reader immediately sees, why the combination of high-power and high-cutoff frequency is the most difficult problem transistor designers have to deal with. Also here it is impossible to judge the quality of a transistor only by one of its parameters. A combination of two or more, like dissipation and cutoff frequency gives us a better insight.

REFERENCES:

1. L. J. Tummers, N.T.F. Beiheft no 1, 31 (1955).
2. T. Wallmark, R.C.A. Review 255, **18** (1957); 512, **18** (1957).
3. J. M. Early, Bell Syst. Techn. Jl 517, **33** (1954).
4. H. Kroemer, Naturwissenschaften, 578, **40** (1953).
   Archiv d. elektr. Uebertragung, 223, **8** (1954).
5. C. A. Lee, Bell Syst. Tech. Jl, 23, **35** (1956).
6. W. M. Webster, Proc. I.R.E. 914, **42** (1954).
7. A. R. Moore and J. I. Pankove, Proc. I.R.E. 907, **42** (1954).
8. A. R. Moore and K. F. Stripp, Proc. I.R.E. 856, **43** (1955).

Manuscript ontvangen op 30 mei 1958.

Uit het Nederlands Radiogenootschap

PERSONALIA

Prof. Dr. C. J. BOUWKAMP

Prof. Bouwkamp werd geboren te Hoogkerk (Gr.) op 26 juni 1915. Hij genoot lager en ulo-onderwijs te Hoogkerk en volgde de H.B.S.-opleiding te Groningen van 1928 tot 1933, in welk jaar hij eindexamen B deed.

Hij studeerde wis- en natuurkunde aan de Rijksuniversiteit te Groningen. 26 Maart 1936 legde hij het candidaatsexamen wis- en natuurkunde (a) cum laude af, op 3 november 1938, eveneens cum laude, het doctoraal examen, hoofdvak theoretische natuurkunde, met mechanica en wiskunde.

23 Januari 1941 promoveerde hij te Groningen op proefschrift: „Theoretische en numerieke behandeling van de buiging door een ronde opening". Promotor was prof. F. Zernike.

Van 1938 tot 1939 was hij werkzaam als assistent voor theoretische natuurkunde bij prof. Zernike.

Na verrichte militaire dienst werd hij benoemd tot Conservator van het Natuurkundig Laboratorium der Rijksuniversiteit te Groningen, met leeropdracht in mechanica en quantummechanica, begin 1941.

Op 1 maart 1941 trad dr. Bouwkamp in dienst van de N.V. Philips Gloeilampenfabrieken te Eindhoven als wetenschappelijk medewerker van het Natuurkundig Laboratorium der N.V., welke functie hij tot op heden bekleedt.

Op 17 maart 1955 werd dr. Bouwkamp benoemd tot buitengewoon hoogleraar in de toegepaste wiskunde aan de Rijksuniversiteit te Utrecht.

Met ingang van 1 september 1958 volgde zijn benoeming tot buitengewoon hoogleraar aan de Technische Hogeschool te Eindhoven.

Prof. Bouwkamp trad op als „Visiting lecturer" aan de Chalmers Tekniska Högskola te Göteborg en de Kungliga Tekniska Högskola te Stockholm, mei—juni 1948. Tevens als „Research Associate" van de Division of Electromagnetic Research, New York University, New York, september 1952—maart 1953 en van de American University te Washington, D.C., februari 1953, en als „Research Mathematician", aan de University of California, Berkeley en Los Angeles (Electronics Research Laboratory, resp. Institute of Geophysics), juni, juli, augustus 1955.

Prof. Dr. J. F. SCHOUTEN

Dr. J. F. Schouten werd geboren te Rotterdam op 29 mei 1910. Zijn lagere en middelbare schoolopleiding genoot hij te Delft, waar zijn vader hoogleraar was. In 1927 deed hij er eindexamen H.B.S.

Van 1927 tot 1937 studeerde hij natuurkunde aan de Rijksuniversiteit te Utrecht. Op 24 juni 1935 slaagde hij cum laude voor het doctoraal examen natuurkunde.

Op 29 juni 1937 promoveerde dr. Schouten cum laude op het proefschrift „Visuele meting van adaptatie en van de wederzijdse beïnvloeding van netvlieselementen", een onderwerp waaruit de richting van zijn belangstelling bleek.

15 Augustus van hetzelfde jaar trad hij in dienst bij het Natuurkundig Laboratorium van de N.V. Philips' Gloeilampenfabrieken te Eindhoven, waar hij op 1 januari 1947 benoemd werd tot hoofdnatuurkundige.

Te Utrecht had dr. Schouten in latere jaren onderzoekingen verricht op het gebied van het zien (verblinding, adaptatie, kleurzin en kleurenblindheid) en op verschillende gebieden — o.m. levensduur van rode bloedlichaampjes, vectorcardiografie, oogheelkunde — samengewerkt met de medische faculteit. Op het Natuurkundig Laboratorium was hij aanvankelijk werkzaam op het gebied van de akoestiek. In 1939 nam hij in het Laboratorium het onderwerp telefonie ter hand en richtte gedurende de bezetting een groep op, die zich met name bezig hield met de draaggolftelefonie.

Op 25 januari 1950 werd dr. Schouten benoemd tot onderdirecteur van de Nederlandse Seintoestellenfabriek (thans Philips' Telecommunicatie Industrie) te Hilversum. Aldaar nam hij de leiding van de Industriegroep Lijntelefonie op zich, welke functie hij tot 7 september 1956 heeft vervuld.

Daarnaast hield hij zich in het bijzonder bezig met de principiële studie van de multiplextelefoniesystemen en met de informatietheorie.

Sinds de bevrijding was dr. Schouten nauw betrokken bij het opbouwen en onderhouden van buitenlandse contacten met Telefoonadministraties en hun laboratoria en met bevriende en geliëerde telecommunicatie-industrieën en hun laboratoria. Als zodanig woonde hij ook de conferenties van het C.C.I.F. bij.

Op 1 januari 1957 werd dr. Schouten aangesteld als adviseur van de Technische Hogeschool te Eindhoven en op 1 februari d.a.v. als wetenschappelijk adviseur van het Natuurkundig Laboratorium. Na de oprichting van de Stichting Instituut voor Perceptie Onderzoek op 12 september 1957 werd dr. Schouten als directeur belast met de dagelijkse leiding van dit Instituut.

Met ingang van 1 september 1958 is dr. Schouten benoemd tot buitengewoon hoogleraar aan de Technische Hogeschool te Eindhoven in de afdeling der algemene wetenschappen om onderwijs te geven in de perceptie- en informatieleer.

Dr. Schouten hield een zestigtal voordrachten in binnen- en buitenland, met name op het gebied van het zien, het horen, de telecommunicatie, de denkmachines en de informatietheorie en van zijn hand verscheen een veertigtal publikaties.

Ir. W. D. P. STENFERT

Op de algemene vergadering van het C.I.R.M. (Comité Internationale Radio Maritime) werd onlangs te Parijs tot voorzitter gekozen Ir. W. Stenfert, directeur van Radio Holland N.V. te Amsterdam. Tot vice-presidenten werden gekozen de heren H. Thorpe Woods, hoofddirecteur van de International Radio Marine Company te Londen en W. Steidle, directeur van het Deutsche Betrieb für drathlose Telegraphie M. B. H. te Hamburg. De C.I.R.M. is een internationale van de regeringen onafhankelijke wetenschappelijke organisatie. Door de gezamenlijke actie van haar leden bevordert zij de vooruitgang van de scheepsradioverbindingen, vooral in hun toepassingen voor de veiligheid der zeeverbindingen tussen de schepen onderling en de wal en de elektronische navigatiemiddelen. De C.I.R.M. werkt nauw samen met de International Chamber of Shipping en heeft een adviserende functie in de Union Internationale des Télécommunications bij welke organisatie alle landen ter wereld zijn aangesloten.

Zij zendt vertegenwoordigers naar alle belangrijke internationale radio-conferenties en heeft een effectieve stem in de formulering van de richtlijnen voor de wereld radiocommunicatie.

Bij de C.I.R.M. zijn meer dan 30 fabrikanten en exploitatiemaatschappijen aangesloten waardoor de wereldscheepvaart voor het grootste deel is vertegenwoordigd.

Dr. Ir. A. VAN WEEL

Het British Institute of Radio Engineers stelt jaarlijks een prijs, de Louis Sterling premium, beschikbaar voor het „most outstanding paper on television technique" verschenen in haar Journal. Onlangs heeft de Council deze prijs voor de tweede achtereenvolgende maal toegekend aan ons lid Dr. Ir. A. van Weel. Over 1956 verkreeg hij de prijs voor zijn artikel „Some remarks on the radio-frequency phase and amplitude characteristics of television receivers" (mei 1956) en over 1957 voor „The design of phase-linear intermediate-frequency amplifiers" (mei 1957).

FIRATO

Leden, die de Firato wensen te bezoeken in de gereserveerde, rustige ochtenduren, kunnen op hun verzoek van de secretaris van het N.R.G. hiervoor een kaart verkrijgen, die geldig is van 10—14 uur. Aan het loket dient dan slechts belasting betaald te worden.

U.R.S.I. BOULDER 1957

A report to the Nat. Acad. of Sciences, U.S.A. Nat. Comm. U.R.S.I.
Uitvoerig rapport over de algemene U.R.S.I. vergadering (195 pgs). Verkrijgbaar bij Publications Office Nat. Acad. Sci., 2101 Constitution Avenue, Washington 25, D.C., $ 2.50.

Boekbespreking

Elektronische schakelingen in de industrie door Dr. R. Kretzmann. Uitgegeven door Philips Technische Bibliotheek. 208 pag. 15,5 x 23,5 cm. 206 illustraties. Verkrijgbaar bij Meulenhoff en Co. te Amsterdam. Prijs *f* 19,50.

Als een vervolg op „Elektronentechniek in de Industrie", waarin na een eenvoudige behandeling van de grondslagen der elektronica een aantal praktische schakelingen werd gegeven, verscheen dit boek met een 90-tal volledig gedocumenteerde toepassingen op uiteenlopende gebieden. De schakelingen worden zeer beknopt besproken.

De stof is als volgt ingedeeld:

1. Foto-elektrisch bestuurde apparaten
2. Elektrische telschakelingen
3. Stabilisatieschakelingen.
4. Schakel- en stuurinrichtingen
5. Oscillator- en versterkerschakelingen
6. Gelijkrichters.

Het boek bevat tevens een lijst van geraadpleegde literatuur en een trefwoordenregister.

Het geheel ziet er goed verzorgd uit en werd door ir. J. H. J. v. Koppen op verdienstelijke wijze vertaald uit het Duits. Het boek zal m.i. voor alle bij regelsystemen en andere industriële toepassingen geïnteresseerden van praktische waarde kunnen zijn.

v. B.

Foundation of Wireless, door M. G. Scroggie, B.Sc., M.I.E.E. 7e druk, gepubliceerd voor „Wireless World" door Iliffe & Sons Ltd. 22 x 13,5 cm. 388 pag., 278 figuren. Prijs 15 shilling.

In dit boek wordt een elementair overzicht gegeven van een groot deel der radiotechniek. Dat het in Engeland succes heeft, wat blijkt uit het verschijnen van de zevende druk, zal niemand verbazen die de duidelijke en vaak geestige artikelen van de schrijver uit de „Wireless World" kent. Van de lezer wordt geen enkele mathematische of physische kennis verlangd en het boek begint dan ook met een uiteenzetting over algebraïsche notaties, grafieken en schakelschema's, waarna de elementaire begrippen uit de electriciteitsleer de revue passeren. Bij de eigenlijke radiotechniek wordt behalve aan de „klassieke" schakelingen aandacht besteed aan ultra-hoge frequenties, frequentiemodulatie en televisie, terwijl ook een tweetal hoofdstukken over transistors zijn opgenomen. Ook het principe van radar wordt verklaard. Wij misten in dit verband een verklaring van de werking van magnetrons en van golfpijpen.

Van de weinige fouten die wij in het boek tegenkwamen willen wij slechts twee tamelijk storende noemen. In het onderschrift van fig. 8b dient men voor V te lezen mV, terwijl op blz. 345 de formule voor de uitgangsweerstand van een transistor foutief is weergegeven, zoals direct uit een beschouwing van de dimensies blijkt.

Het is te betreuren dat zij die hier te lande worden opgeleid voor het radiomonteursexamen, zelden voldoende kennis van de engelse taal hebben om dit boek te kunnen lezen. Zij zouden er het nodige inzicht uit kunnen verwerven dat op de examens zo vaak blijkt te ontbreken.

K.

"Guide to Broadcasting Stations 1958—1959". Samengesteld door Wireless World, gepubliceerd op 26-8-58 door Iliffe & Sons Ltd. 7¼ x 4¾". 80 bladzijden, prijs 2 s. 6 d.

Iliffe zond ons ook dit jaar weer een boekje waarin opgenomen de lange- en middengolf Europese omroepstations, de omroepzenders in de kortegolfbanden over de gehele wereld, alsmede de Engelse televisie en vhf omroepzenders. Voor degenen die regelmatig naar kortegolfomroepuitzendingen luisteren is deze uitgave zeker van belang. Jammer dat men er alleen maar de Engelse vhf omroepzenders en TV stations in heeft opgenomen. In een up-to-date bijgewerkte lijst waarin ook de overige Europese TV zenders en vhf omroepstations zijn opgenomen zullen velen belang stellen.

Elektrotechnische W.P. deel I samengesteld onder leiding van dr. ir. A. Korevaar en ir. G. Boes, 1958. Elseviers Uitgeversmij Amsterdam. 688 bladzijden, 170 x 255 mm., prijs *f* 37,50.

Verschenen is het eerste deel (trefwoorden A t/m K) van de tweedelige elektrotechnische encyclopedie die in de serie gespecialiseerde encyclopedieën bij Elsevier wordt uitgegeven.

De alfabetisch gerangschikte trefwoorden worden voorafgegaan door een historiografiek en een vijftal overzichtsartikelen van uiteenlopende aard, te weten: groeiwetten in de elektrotechniek, elektriciteitsvoorziening en overheid, ontwikkeling van de elektriciteitsvoorziening, wisselwerking tussen de zuivere wetenschap en de elektrotechniek en elektrische eenheden.

Het aantal in dit deel opgenomen trefwoorden bedraagt naar schatting ongeveer 5000. De trefwoorden hebben betrekking op de elektrotechniek in ruime zin en bestrijken naast de zwak- en sterkstroomtechniek de randgebieden meet- en regeltechniek, kernenergie, galvanotechniek, elektromedische apparatuur en ultrasonore trillingen.

Een goede indruk van de grote verscheidenheid die wordt geboden kan men krijgen uit de volgende opsomming van trefwoorden zoals we die aantroffen op een tweetal willekeurige bladzijden.

Op bladzijde 241 vinden we: Carbon black, Carboneren, Carbon pile, Carborundum-staafverwarmingselement, Carbovisor en Cardiograaf, op bladzijde 577: Huistelefooncentrale, Huistelefooninstallatie, Hulpaarding, Hulpcontact, Hulpdieselinstallatie, Hulpdraaggolf, Hulpdraagkabel, Hulpdraden, Hulphijsmotor, Hulppool en Hulpstroombron.

Als toelichting bij de trefwoorden werd een groot aantal tekeningen en foto's opgenomen.

Bij de beoordeling van de inhoud is het wellicht nuttig uit te gaan van de volgende alinea die we op de stofomslag aantroffen: „De snelle ontwikkeling van „de elektrotechniek ving aan in de 19e eeuw; telkens werden nieuwe terreinen „van onderzoek ontsloten, vormden zich nieuwe specialisaties, alle met een „omvangrijke literatuur, zodat deze thans volkomen onoverzichtelijk is geworden.

De aangehaalde alinea is vermoedelijk minder bedoeld als verwijt aan de elektrotechniek, dan als excuus van de hoofdredaktie voor het feit dat blijkbaar veel aan het initiatief van de talrijke medewerkers moest worden overgelaten. Het gevolg hiervan is dat het gehalte van de trefwoordomschrijvingen nogal uiteen loopt, in welk verband het valt te betreuren dat niet door meer auteurs van literatuurverwijzingen gebruik is gemaakt. Niettemin koesteren wij de verwachting dat het gebodene velen tot nut zal kunnen zijn.

De uitgave is keurig verzorgd en bevat zeer weinig drukfouten.

K.

NIEUWE LEDEN

P. K. Buys, Javalaan Z 27, Eindhoven.
Ir. E. Carpentier, Adrianalaan 264, Rotterdam.
Ir. H. Lels, Thorbeckelaan 593, Den Haag.
Ir. A. A. Potjer, Blijdensteinlaan 15, Hilversum.
Ir. H. A. J. Rijnja, Reinkenstraat 41, Den Haag.
A. M. Schmidt, Geerkensstraat 20a, Rotterdam.
W. F. Springer, Chrysantplein 18, Den Haag.
Ir. E. Willems, Lobeliapad 7, Eindhoven.

VOORGESTELDE LEDEN

Ir. R. S. H. Hylkema, p/a P.T.I. Hilversum (directeur P.T.I.).
Ir. F. C. van Looy, Orionlaan 125, Hilversum (P.T.I.).
Ir. P. Wolterson, Bothalaan 4, Hilversum (onderdirecteur P.T.I.).

NIEUWE ADRESSEN VAN LEDEN

Ir. P. L. M. van Berkel, den Burghstraat 24, Voorburg.
A. S. van den Bosch, Veldzicht 88, Den Haag.
Ir. J. F. Carrière, c/o Universidad del Valle-Facultad de Ingenieria Electromecanica, Cali, Colombia.
Prof. dipl. Ir. J. Deketh, Wilhelminalaan 51, Zeist.
Ir H. Furstner, Hoflaan 11, Hilversum.
P. J. Hooijmans, Bruynings Ingenboslaan 22, Voorburg.
J. Koning, Jan Luikenstraat 41, Eindhoven.
Ir. L. A. W. v. d. Lek, de Waterhoeve Vennemeer, Oude Ade (Z.H.).
Ir. S. J. Noteboom, Laan van Nieuw Oost Einde 189a, Voorburg.
Ir. W. L. van der Poel, Laan van Meerdervoort 1715, Den Haag.
Ir. W. J. Verhoeff, Velthuysenlaan 15, Laren (N.H.).