

Isotachenmodel bij lage spanningen, onderdrukken numerieke oscillaties

Contactpersoon : Dr. H. den Adel
Datum : Maart 2002
Author(s) : Dr. H. den Adel
Dr. ir. J.B. Sellmeijer
Opdrachtgever : Delft Cluster

Project naam : Samengestelde constructies
Project nummer : 01.04.02-63 versie 1.0

Aantal pagina's : 20
Aantal tabellen :
Aantal figuren :
Aantal bijlagen : 1



Keverling Buismanweg 4
Postbus 69
2600 AB Delft

015-2693793
015-2693799

info@delftcluster.nl
www.delftcluster.nl

Delft Cluster verricht lange-termijn fundamenteel strategisch onderzoek op het gebied van duurzame inrichting van deltagebieden.

Rapportnummer
63

Datum
Maart 2002

Versie
1.0

Aantal pagina's
14

Type rapport
Studie

Titel / subtitel
**Isotachenmodel bij lage spanningen,
onderdrukken numerieke oscillaties**

Projectnaam
Samengestelde constructies

Projectleider(s)
dr.ir. J.B. Sellmeijer

Projectbegeleider(s)
dr. H. den Adel

Overige leden projectteam
--

Verspreiding
Dienst Weg- en Waterbouwkunde

Samenvatting rapport

Kruipberekningen in een compressibele laag aan het maaiveld verlopen moeizaam. Dit wordt veroorzaakt door twee redenen.

Aan de ene kant is het initiële spanningsniveau aan het maaiveld laag. Na belastingen wordt dit veel hoger. Hierdoor krijgen veranderingen een overdonderend effect. Numeriek is dit moeilijk in goede banen te leiden.

Aan de andere kant jaagt het consolidatiemechanisme aanvankelijk de waterspanningen op. Een stukje onder het maaiveld zou het kunnen voorkomen dat de effectieve spanningen enige tijd negatief zijn. Het kruipmodel kan hier niet mee omgaan.

De eerste reden is in dit rapport aangepakt. De tweede is op dit moment een fysieke onmogelijkheid.

Versie

Datum

Opgesteld door

Paraaf

Gecontroleerd door

Paraaf

1.0

Maart 2002

dr.ir. J.B. Sellmeijer

dr. H. den Adel

Projectgroep

Tijdens de uitvoering van de deelopdracht onderdrukken numerieke oscillaties bestond de Delft Cluster-groep van thema 1 uit:

	Naam	Organisatie
Thema Trekker	Dr.ir. P. van den Berg	GeoDelft
Thema Duwer	Dr. A. Scarpas	TU Delft
Thema Leden	Dr.ir. J.B. Sellmeijer	GeoDelft
	Dr. H. den Adel	GeoDelft
	Dr.ir. M.A. Van	GeoDelft

Betrokken personen

Bij de totstandkoming van dit rapport waren betrokken:

Naam	Organisatie
Dr. ir. J.B. Sellmeijer	GeoDelft
Dr. H. den Adel	GeoDelft

Management samenvatting

Titel	Isotachenmodel bij lage spanningen, onderdrukken numerieke oscillaties
Auteurs	Dr. H. den Adel en Dr. ir. J.B. Sellmeijer
Datum	Maart 2002
Project nummer	01.04.02
Rapport nummer	63 versie 01

Kruipberekeningen in een compressibele laag aan het maaiveld verlopen moeizaam. Dit wordt veroorzaakt door twee redenen.

Aan de ene kant is het initiële spanningsniveau aan het maaiveld laag. Na belasting wordt dit veel hoger. Hierdoor krijgen veranderingen een overdonderend effect. Numeriek is dit moeilijk in goede banen te leiden.

Aan de andere kant jaagt het consolidatie-mechanisme aanvankelijk de waterspanningen op. Een stukje onder het maaiveld zou het kunnen voorkomen dat de effectieve spanningen enige tijd negatief zijn. Het kruipmodel kan hier niet mee omgaan.

De eerste reden is in dit rapport aangepakt. De tweede is op dit moment een fysische onmogelijkheid.

Inhoud

1	Inleiding	4
2	Uitgangssituatie	6
3	Numerieke oscillaties	8
3.1	Verwijderen van de scherpe randen.....	8
3.2	Proces van iteratie.....	9
3.3	Maatregelen ter bevordering convergentie	10
3.4	Uitvlakken van beginnende oscillaties	11
4	Evaluatie	13
5	Lijst met symbolen.....	15

Bijlagen

Bijlage 1. Voorbeeld

Figuren

Figuur 3 1. Verloop van de spanning naar de diepte met en zonder oscillaties

1 Inleiding

Er zijn twee factoren te noemen waarom er een grote behoefte is ontstaan aan innovatieve oplossingen voor de aanleg van wegen en spoorwegen. De eerste factor is wat met een modernisme "de terugtrekkende overheid" wordt genoemd. De verantwoordelijk voor beheer en onderhoud van wegen komt hierdoor steeds meer bij private partijen te liggen. Kennis over het gedrag van een constructie direct na de bouwfase tot vele tientallen jaren later is van groot belang om kosten voor onderhoud te kunnen afschatten.

Bij aanleg van ophogingen op slappe grond is de zakking een onderwerp dat sterk in de belangstelling staat, met name als er sterke verschillen in zakkingsgedrag zijn, zoals bij de aansluiting van een weg op een kunstwerk. Daarnaast vraagt de maatschappij een snelle en slagvaardige reactie van de overheid op mobiliteitsproblemen als filevorming; liever vandaag nog een oplossing dan morgen. Het van oudsher trage proces van de aanleg van een weg staat daarmee onder druk, langdurige perioden van consolidatie van de grond worden als bijzonder hinderlijk ervaren. Het moet allemaal sneller.

Bij het bepalen van de zakking van een weg als functie van de tijd treden er twee verschijnselen op: consolidatie en kruip. Consolidatie is vooral van belang in de beginfase van de aanleg. Kruip is een proces dat met name later in de aanleg en tot ver in de gebruiksfase domineert. Omdat er vanuit de markt behoefte bestaat om tot betere voorspellingen van de zakking, met name veroorzaakt door kruip, te komen, is er een Delft Cluster project opgestart: "Samengestelde constructies", kenmerk 01.04.02.

Het doel van dit project is om tot een geïntegreerde aanpak van grond en constructie te komen. In 2000 is in het kader van dit project het Isotachenmodel voor kruip ter hand genomen en geïmplementeerd in algemeen beschikbare rekenprogrammatuur. Omdat het kruipmechanisme in hoge mate niet lineair is, dient er gebruik te worden gemaakt van numerieke oplossingsmethoden. Hierbij treden echter problemen op met de stabiliteit van het berekeningsproces.

Het kruipproces in compressibele grond wordt belemmerd door het trage dissiperen van de wateroverspanningen. Dit proces is beschreven door de bergingsvergelijking. Deze vergelijking bestaat uit de stromingsterm van het water en de bergingsnelheid van de poriën ten gevolge van de kruip en de bergingsnelheid ten gevolge van de samendrukbaarheid van het water.

De bergingsvergelijking bevat twee onbekenden: wateroverspanning en rek van de grond. De relatie tussen deze grootheden dient dan ook bekend te zijn. Deze is geregeld via de constitutieve kruiprelatie tussen rek en effectieve spanning van de grond; voorts de evenwichtvergelijking tussen waterspanning en effectieve spanning van de grond.

De zakkingen die bij dit proces optreden, kunnen aanzienlijk zijn. Daarom wordt de grondmatrix niet benaderd tot een vaste geometrie waarin de rekken bepaald worden, maar als een met de rekken mee veranderende geometrie. De hiermee geassocieerde rekken worden ook wel natuurlijke rekken genoemd. In een systeem met grote rekken heeft het voordeel te werken met stijghoogte in plaats van waterdruk.

De consolidatievergelijking voor kruip is in hoge mate niet lineair. Daarom is er een numerieke code geschreven om praktijkproblemen door te rekenen. Deze code blijkt erg gevoelig te zijn voor oscillaties, die ontspringen aan het maaiveld. Daar is de initiële spanning klein, zodat

veranderingen een overdonderend effect hebben. Het is de kunst deze veranderingen in goede banen te leiden.

Er zijn twee effecten die goed moeten worden onderscheiden. Enerzijds is er de numerieke gevoeligheid aan het oppervlak. In deze rapportage wordt aangegeven hoe deze zodanig in goede banen geleid kan worden dat numerieke oscillaties geen kans krijgen.

Anderzijds is er een fysisch effect. De ontwikkeling van waterspanningen aan het maaiveld kan soms leiden tot het optreden van negatieve korrelspanningen. Kruipmodellen kunnen hier niet goed mee omgaan. De meeste modellen zijn zodanig opgezet dat de kruip bij lagere spanningen steeds groter wordt. Voor negatieve korrelspanningen is er eenvoudigweg geen kruiprelatie gedefinieerd.

Dit maakt een numerieke bepaling juist zo moeilijk. Indien de wateroverspanningen zo hoog oplopen dat er inderdaad negatieve spanningen ontstaan, dan is een berekening eenvoudigweg uitgesloten. Maar een iteratieve numerieke berekening zou tijdelijk eventjes in een fase met negatieve waterspanningen terecht kunnen komen. Dan is er geen weg meer terug.

Dit document is de rapportage conform artikel 1 sub 2A van het contract DWW 2041 tussen de Dienst Weg- en Waterbouwkunde en GeoDelft.

2 Uitgangssituatie

Het kruipproces van de ondergrond onder ophogingen bestaat uit drie mechanismen. De constitutieve kruiprelatie tussen volumeverandering en effectieve spanning streeft naar een geleidelijke volumeverkleining. Omdat er water in de poriën zit, moet dit voor een deel afvloeien. Dit is geregeld via de bergingsvergelijking voor het water. Omdat hierbij een relatie tussen effectieve spanningen en stijghoogte nodig is, is de evenwichtsvergelijking van belang.

Samenvoegen van deze drie mechanismen leidt tot een vergelijking waarmee de belangrijke grootheden, stijghoogte en zetting, bepaald zijn. Deze vergelijking is in hoge mate niet lineair. Daarom wordt gebruik gemaakt van een numerieke uitwerking. Deze is beschreven in het rapport CO-374240/51, ééndimensionale zetting met kruip en consolidatie.

De numerieke discretisatie is opgesplitst in een eindige set lineaire interpolatiefuncties. Dit houdt in dat een exacte oplossing uitgesloten is. Dit kan alleen voor een oneindig grote set, wat praktisch onmogelijk is. Daarom wordt er een residu geaccepteerd, dat geminimaliseerd is via de zogenaamde L2-norm. Dit levert een set vergelijkingen op die even groot is als het aantal nog onbekende shape-functies.

In de vergelijkingen zit nog wel een eerste afgeleide naar de tijd. Deze is aangepakt via een impliciete discretisatie. De mate van impliciet zijn kan gekozen worden via een parameter a : $a = 1$ is geheel impliciet, $a = 1/2$ is Heun impliciet en $a = 0$ is niet impliciet. De Heun implicieteit wordt nagestreefd, omdat deze het nauwkeurigst aansluit bij het verloop van het kruipproces in de tijd.

De volgende vergelijking is afgeleid:

$$\hat{p}_j - g'_g z + g_w \hat{f}_j = s_b + g_w j_b \quad v_0 dz = v dz$$

$$\frac{1}{\hat{p}_j^a} \frac{d}{dt} \left(\frac{\hat{v}_j}{v_0} \hat{p}_j^a \right) = -e_0 \left(\frac{\hat{v}_j}{v_0} \right)^{c+1} \left(\frac{\hat{p}_j}{p_0} \right)^c = \frac{d}{dt} \left(\frac{\hat{v}_j}{v_0} \right) + \frac{\hat{v}_j}{v_0} \frac{a}{\hat{p}_j} \frac{d\hat{p}_j}{dt}$$

$$\left(\frac{A_{ij}}{\Delta t} + a B_{ij} \right) \left\{ (\hat{f}_j)_{t+\Delta t} - (\hat{f}_j)_t \right\} + B_{ij} (\hat{f}_j)_t = - \left\{ C_{ij} \frac{d\hat{z}_j}{dt} - D_{ij} j_0 + E_{ij} \frac{1}{\hat{p}_j^a} \frac{d}{dt} \left(\frac{\hat{v}_j}{v_0} \hat{p}_j^a \right) \right\}_{t+a\Delta t}$$

De bovenste regel bestaat uit de evenwichtsvergelijking en een relatie tussen zettingen en rek. Evenwicht is een verband tussen effectieve spanning, eigen gewicht, stijghoogte en belasting. De zettingen volgen door de rekken in de verticaal uit te integreren.

De middelste regel is een uitdrukking voor de kruipsnelheid. Deze blijkt bepaald te zijn door de waarden van momentane spanning en rek. Dit geeft deze term een star karakter. De elastische reksnelheid daarentegen, die bepaald is door de afgeleide van de spanning, is dynamisch van aard.

De onderste regel is de gediscrètiseerde consolidatievergelijking. De eerste term is het product van een matrix en een vector. De matrix stelt de zogenaamde systeemmatrix voor, bestaande uit gediscrètiseerde berging- en stromingstermen. De index i geeft de rijen aan en j de kolommen.

De vector is het te bepalen stijghoogte-increment. De overige termen vormen het zogenaamde 'bekende deel'. Enkele niet lineaire termen hiervan moeten via een iteratieve methode bepaald worden.

De matrices, die in de oplossing zijn aangegeven, zijn afkortingen. Zij zijn als volgt opgebouwd:

$$\begin{aligned}
 A_{ij} &= F_{ij}(a) \frac{g_w}{\hat{p}_j} \frac{\hat{v}_j}{v_0} + C_{ij} & B_{ij} &= \frac{v_0}{\hat{v}_i} F_{ij}''(k_z) + D_{ij} \\
 C_{ij} &= \frac{g_w}{K_w} \left[F_{ij}(1) \frac{\hat{v}_j}{v_0} - F_{ij}(1-n) \right] & D_{ij} &= F_{ij} \left(\frac{k_z}{I^2} \right) \frac{v_0}{\hat{v}_j} & E_{ij} &= F_{ij}(1)
 \end{aligned}$$

Hierin staat de afkorting F_{ij} voor een tridiagonale matrix. Deze hangt af van een argument en is opgebouwd volgens het volgende formaat:

$$\begin{array}{ccc}
 j=i-1 & j=i & j=i+1 \\
 F_{ij}''(\mathbf{b}) = & \frac{-b_{i-1}}{z_i - z_{i-1}} & \frac{b_{i-1}}{z_i - z_{i-1}} + \frac{b_i}{z_{i+1} - z_i} & \frac{-b_i}{z_{i+1} - z_i} \\
 F_{ij}(\mathbf{b}) = & \frac{1}{6} b_{i-1} (z_i - z_{i-1}) & \frac{1}{3} b_{i-1} (z_i - z_{i-1}) + \frac{1}{3} b_i (z_{i+1} - z_i) & \frac{1}{6} b_i (z_{i+1} - z_i)
 \end{array}$$

Hierin is \mathbf{b} een algemene notatie voor de parameters die zijn vermeld in de vorige vergelijking.

Het beschreven stelsel wordt als volgt opgelost. Eerst wordt er een schatting gemaakt van de oplossing op het volgende tijdstip. Het makkelijkst is de waarde te kiezen van het vorige tijdstip. In een aantal iteratiestappen kan deze schatting zodanig verbeterd worden dat de werkelijke oplossing voldoende benaderd wordt.

Het vullen van de matrices F_{ij} hoeft slechts eenmaal gedaan te worden. De waarden voor de matrices A_{ij} tot en met E_{ij} worden op het moment dat ze nodig zijn hieruit samengesteld. Gedurende elke iteratiestap wordt het bekende deel van het stelsel bepaald. Vervolgens wordt het stelsel opgelost, waarna een nieuwe schatting van de oplossing bekend is. Zodra deze nauwelijks meer verandert ten opzichte van de oplossing in de voorafgaande stap, is de oplossing op het nieuwe tijdstip vastgelegd.

Op deze wijze kan voor alle tijdstappen tussen de begin- en eindtijd de zakking worden doorgerekend.

3 Numerieke oscillaties

De aanpak zoals beschreven in de vorige paragraaf werkt goed. Eindige elementen methoden presteren minder goed indien ze worden toegepast op constructies met een groot contrast in materiaaleigenschappen. Een ander bron van onnauwkeurigheid is discontinuïteit, zoals laagovergangen. Hier is echter geen sprake van numerieke misvorming. De resultaten op de laagovergangen zijn sierlijk gekromd.

Er is echter wel een versturende invloed van lage spanningen. Indien het samendrukbare pakket aan of dichtbij het maaiveld ligt, zijn de initiële spanningen gering. Het contrast met de belasting van de ophoging is dan groot. Hierdoor raakt de balans tussen de numerieke bijdragen verstoord, waardoor oscillaties een kans krijgen.

Hieraan kan enigszins tegemoetgekomen worden door een geringe extra effectieve spanning te veronderstellen. Dit is een gebruikelijke remedie om te ontkomen aan een deling door nul precies aan het maaiveld. Zo'n extra spanning heeft eenzelfde effect als een extra bovenbelasting. Waarden tot 10 kPa worden acceptabel bevonden.

Niet alle problemen worden hiermee verholpen. Vooral bij de grotere verhoudingen van b/c loopt het numerieke proces vast. Daarom zal er zwaarder geschut gemobiliseerd moeten worden. Er zijn vier verschillende maatregelen mogelijk die het probleem dienen te verhelpen. Zij worden één voor één toegelicht in de volgende secties.

3.1 Verwijderen van de scherpe randen

De oplossing is zo nauwkeurig mogelijk gediscretiseerd. Het gevolg is dat alle invloeden er nog steeds volledig in zitten, ook de invloeden van de randen en op de overgangen van de lagen. Na een belastingverhoging ontstaat er een plotselinge wateroverspanning. Op drainerende randen ligt de stijghoogte vast, zodat aanvankelijk grote toenames kunnen ontstaan in de gradiënten van stijghoogte en rek.

Vooral in het begin kunnen de afgeleiden van deze grootheden enorm groot worden. De discretisatie is echter lineair. Dit betekent dat de invloed van de afgeleiden navenant overschat wordt. Het in de berekening verwerken van deze invloeden heeft dan een averechts effect. Het brengt de stabiliteit van de berekening in gevaar. Op de laagovergangen speelt dit veel minder. Aan het maaiveld ligt nog een extra gevaar op de loer. Hier loopt de reksnelheid gigantisch op, waardoor de rekken en dus de zetting volledig uit de hand lopen. Het is dan ook veel beter om op de drainerende randen de invloed van de rekken te beperken. Er is een charmante aanpak voorhanden om dit te realiseren.

De keuze van de shape-functies hebben het invloedsgebied rond een punt beperkt tot de twee elementen aan weerszijden. In dit gebied zijn de te bepalen grootheden netjes gelineariseerd. Daarom heeft het uiteindelijke systeem een tridiagonale vorm. Voor de stijghoogte is zo'n aanpak noodzakelijk. De stromingsterm is onderhevig aan tweemaal differentiatie naar de diepte. Deze moet tot zijn recht komen.

De rek daarentegen wordt niet gedifferentieerd naar de diepte. Er zou ook gewerkt kunnen worden met een gemiddelde waarde over de twee aaneengesloten elementen. Dit gemiddelde wordt gelijkgesteld met de waarde in het gemeenschappelijke punt. De nauwkeurigheid wordt dan iets minder, maar kan gecompenseerd worden met een fijnere discretisatie.

Een extreme toename op de rand zou in het lineaire geval tot een overdreven invloed leiden en het resultaat negatief beïnvloeden. De gemiddelde waarde pakt dan veel beter uit. Daarom wordt in de kruipsnelheid en de zettingafgeleide de index j vervangen door i . De ermee geassocieerde matrices C_{ij} en E_{ij} worden rijgewijs opgeteld.

Aldus volgt er:

$$\hat{p}_i - g'_g z + g_w \hat{f}_i = s_b + g_w f_b \quad v_0 dz = v dz$$

$$\frac{1}{\hat{p}_i^a} \frac{d}{dt} \left(\frac{\hat{v}_i}{v_0} \hat{p}_i^a \right) = -e_0 \left(\frac{\hat{v}_i}{v_0} \right)^{1+c} \left(\frac{\hat{p}_i}{p_0} \right)^b = \frac{d}{dt} \left(\frac{\hat{v}_i}{v_0} \right) + \frac{\hat{v}_i}{v_0} \frac{a}{\hat{p}_i} \frac{d\hat{p}_i}{dt}$$

$$\left(\frac{A_{ij}}{\Delta t} + a B_{ij} \right) \left\{ (\hat{r}_j)_{t+\Delta t} - (\hat{r}_j)_t \right\} + B_{ij} (\hat{r}_j)_t = - \left\{ C_i \frac{d\hat{z}_i}{dt} - D_{ij} J_0 + E_i \frac{1}{\hat{p}_i^a} \frac{d}{dt} \left(\frac{\hat{v}_i}{v_0} \hat{p}_i^a \right) \right\}_{t+a\Delta t}$$

De rijgewijs opgetelde matrices hebben de volgende vorm:

$$C_i = \frac{g_w}{K_w} \left[F_i(1) \frac{\hat{v}_i}{v_0} - F_i(1-n) \right] \quad E_i = F_i(1)$$

$$F_i(b) = \frac{1}{2} b_{i-1} (z_i - z_{i-1}) + \frac{1}{2} b_i (z_{i+1} - z_i)$$

Tenslotte wordt ook de rest van de matrices in dezelfde stijl aangepast:

$$A_{ij} = F_{ij}(a) \frac{g_w}{\hat{p}_i} \frac{\hat{v}_i}{v_0} + C_{ij} \quad B_{ij} = \frac{v_0}{\hat{v}_i} F'_{ij}(k_z) + D_{ij}$$

$$C_{ij} = \frac{g_w}{K_w} \left[F_{ij}(1) \frac{\hat{v}_i}{v_0} - F_{ij}(1-n) \right] \quad D_{ij} = F_{ij} \left(\frac{k_z}{I^2} \right) \frac{v_0}{\hat{v}_i} \quad E_{ij} = F_{ij}(1)$$

Hierin is de afvlakking alleen uitgevoerd voor de vervormingen.

3.2 Proces van iteratie

Voor de oplossing op een volgend tijdstip wordt een schatting gemaakt. Deze schatting is heel triviaal: de waarde op het vorige tijdstip. Dit is natuurlijk niet goed, zodat de werkelijke waarde moet volgen uit een proces van iteratie. Hiertoe wordt het stelsel dat hiervoor is besproken, opgelost. Dit leidt tot een nieuwe schatting.

Uit de oude en de nieuwe schatting wordt de onbalans bepaald. Deze is gedefinieerd als de standaardafwijking van beide. Het is de wortel uit de som van de kwadraten van het verschil gedeeld door de discretisatie. Voor deze onbalans wordt een kleine toelaatbare waarde geaccepteerd.

Een berekening kan zich in drie toestanden bevinden:

Convergentie: De onbalans is niet acceptabel, maar neemt op den duur af.

Er wordt dan verder geïtereerd totdat acceptatie een feit is. Als het proces gaat divergeren, of het maximum aantal iteraties is bereikt, dan wordt het aantal tussenliggende tijdstappen verdubbeld.

Tolerantie: De onbalans is acceptabel.

Het volgende tijdstip zal nu worden vastgelegd.

Divergentie: De onbalans explodeert.

Het aantal tussenliggende tijdstappen wordt verdubbeld.

Indien de onbalans een schommelende beweging maakt, wordt de relaxatiecoëfficiënt vergroot. Aanpassingen aan het maaiveld zijn soms niet subtiel genoeg en kunnen ver doorschieten. Op deze wijze is het toch mogelijk de gewenste oplossing te bereiken.

Als het maximum aantal intervallen is bereikt, wordt het proces gestopt. De berekening is dan mislukt. In het geval van **Tolerantie** is de berekening tot een goed eind gebracht.

Met deze aanpak zijn goede resultaten bereikt. Voor de glad verlopende kruip in de ondergrond zijn meestal geen extra intervalpunten nodig. Ook het aantal benodigde iteraties blijft beperkt. Voor extremer verlopende kruipprocessen zijn meer iteraties nodig. Bij grote overgangen worden er extra intervalpunten tussengevoegd. Het moeilijkste gebied is dat waar de waterspanningen oplopen. Helemaal aan het eind, als de waterspanningen zijn weggedissipeerd, gaat het rekenproces zeer snel.

3.3 Maatregelen ter bevordering convergentie

In de twee voorafgaande secties is aangegeven hoe de numerieke oplossingstechniek kan worden aangepast om het rekenproces zo stabiel mogelijk te houden. Hiermee is bereikt dat de meeste problemen van algemene aard tot een goed eind gebracht kunnen worden.

Er is echter altijd wel een heel extreem probleem te verzinnen, waarbij de codematige maatregelen tekort schieten. De berekening kan dan gaan divergeren. Het is niet altijd mogelijk om hiervoor een nog efficiëntere numerieke aanpak te vinden. Een initiële spanning 0 aan het oppervlak bijvoorbeeld is in principe onoplosbaar. Door aanpassingen in het fysische model zal hier iets aan gedaan moeten worden.

In het algemeen kan een poging gedaan worden een probleem zodanig te modelleren dat de berekening makkelijker verloopt. Bij voorbaat wordt nagestreefd de scherpe kanten van het probleem wat af te vlakken. Er zijn twee mogelijkheden om dit ten uitvoer te brengen. Ze komen achtereenvolgens aan de orde.

Een extra vergroting van de initiële effectieve spanning in de buurt van het maaiveld is voor de berekening een stabiliserende factor. In werkelijkheid zijn er twee redenen voor zo'n vergroting. Er kan sprake zijn van een granulaire afdeklaag aan het maaiveld. Deze verhoogt de effectieve spanning puur door zijn gewicht. Maar ook de geschiedenis kan een handje helpen. Een ooit opgetreden bovenbelasting doet nog steeds zijn invloed gelden in de vorm van een PreOverburden Pressure (POP).

In beide gevallen wordt de initiële effectieve spanning verhoogd. De bovenbelasting is merkbaar in alle onderliggende lagen, de POP alleen in de desbetreffende laag zelf. In feite is het begrip POP onmisbaar bij het maaiveld, omdat de echte effectieve spanning er nul is. Grond heeft minimaal een POP-waarde van 5 à 10 kPa en soms veel meer.

Als een berekening niet zo makkelijk verloopt, kan overwogen worden de bovenbelasting kunstmatig iets te verhogen. Het is de vraag hoeveel invloed dit heeft op het zettingspatroon. In de voorbeelden die als bijlagen zijn toegevoegd, wordt een invloed waargenomen van 17% tussen de gevallen $POP = 1 \text{ kPa}$ en $POP = 10 \text{ kPa}$, waarbij de drain aan staat. Als de drain uit staat, is de invloed 13%. Een verhoging van de POP tot 30 kPa leidt tot vergelijkbare afnamen. Deze invloed is niet zo groot. De waarde van de POP zou overdreven kunnen worden om het rekenproces stabiel te houden. Als hier bovendien de gevoeligheid bij zou worden vastgesteld, dan is zelfs een correctie op het resultaat mogelijk.

Een andere mogelijkheid is het geleidelijk aanbrengen van de belasting. In het programma wordt belasting instantaan aangebracht. Dit is gemakkelijk uit oogpunt van modelleren. Het is echter niet reëel. Een ophoging voltrekt zich in stappen. Een geleidelijke verhoging van spanningen vlakke snelle toenames af, hetgeen de stabiliteit van het rekenproces ten goede komt. Het is mogelijk een rekenprogramma zodanig in te richten dat een belasting in stappen wordt aangebracht. Maar ook de gebruiker kan de belasting in stappen invoeren. Natuurlijk is dit voor de gebruiker extra werk, maar het heeft enkele voordelen.

De gebruiker weet precies hoe de belasting werkelijk plaats heeft. De werkelijkheid kan dan beter gevolgd worden. Dit leidt niet alleen tot een gladder numeriek proces, maar ook tot een

veel realistischer ontwikkeling van waterspanningen. Ook kan op deze wijze gezocht worden naar de meest effectieve verdeling in stappen.

3.4 Uitvlakken van beginnende oscillaties

Oscillaties ontstaan daar waar scherpe overgangen plaatshebben. De grote overgang heeft een overreactie tot gevolg, die zich alternerend de grondlaag in voortplant. Deze reactie dempt hierbij naar de diepte uit. Zonder speciale maatregelen slingert de overreactie in de tijd op. De maatregelen die hier besproken zijn, zijn over het algemeen in staat de overreactie in de tijd in de hand te houden.

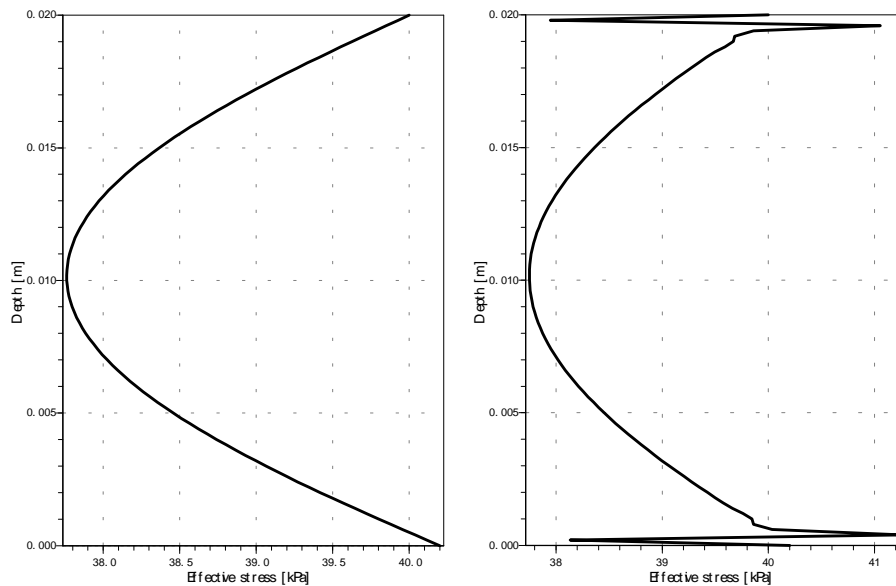
In de uiteindelijke oplossing is de aanzet tot oscillaties vaak nog te zien in de vorm van een wild slingerend gedrag van de waterspanningen aan het einde van de consolidatie. De wateroverspanningen zijn dan niet zo belangrijk meer en de oplossing zelf is prima in orde. Het wilde gedrag is echter ontsierend voor de presentatie van de resultaten.

Er is een eenvoudige methode beschikbaar om het wilde gedrag uit te vlakken. Oscillaties zijn in feite een uit de hand gelopen tweede afgeleide op de schaal van de discretisatie. De remedie is deze excessieve tweede afgeleiden te elimineren. Dit wordt bereikt met de volgende middeling:

$$\bar{f}(z_i) = \frac{1}{4}\{f(z_{i-1}) + 2f(z_i) + f(z_{i+1})\} = f(z_i) + \frac{1}{4}\{f(z_{i-1}) - 2f(z_i) + f(z_{i+1})\}$$

De middeling blijkt de huidige waarde op te leveren, gemodificeerd door de termen, die de tweede afgeleide vertegenwoordigen. Deze is van de tweede orde $O(\Delta z^2)$. Voor een gladde curve en een voldoende fijne discretisatie spelen de modificaties geen rol.

Maar zodra wilde oscillaties de kop opsteken, wordt hun rol belangrijk. Het aangepaste resultaat vormt de lijn door de midden van de lijnstukken tussen twee punten. Hierdoor wordt het wilde verloop sterk afgezwakt, waardoor het iteratieproces de kans krijgt bruikbare waarden te genereren.



Figuur 3.1 Verloop van de spanning naar de diepte met en zonder oscillaties

De middeling moet worden toegepast op een totaal tussenresultaat. Als alleen de incrementen worden gladgestreken, gaan de restanten van het middelingproces op den duur toch weer accumuleren. Het middel is dan erger dan de kwaal. Maar als eerst de incrementen aan de oplossing worden toegevoegd en het geheel wordt gladgestreken, dan krijgen oprispingen geen enkele kans meer.

De middeling zorgt voor een zeer strak en glad visueel resultaat. Zonder de oplossing geweld aan te doen, worden beginnende oscillaties onderdrukt. Hierdoor verbetert ook de kwaliteit van de numerieke uitwerking. Uit het voorbeeld in figuur 3.1 blijkt dat de aanpak uitstekend werkt. Voorts, dat de oscillaties nauwelijks effect gehad hebben op de maximale waarde van de stijghoogte in het midden.

4 Evaluatie

Er zijn twee redenen waarom een numerieke kruipberekening onder een ophoging kan mislukken. Dit kan enerzijds het gevolg zijn van numerieke instabiliteit. Dit is niet reëel en moet worden verholpen. Anderzijds is er een kans dat net onder het maaiveld de waterspanningen zo hoog oplopen dat de grondspanningen negatief worden.

Kruipmodellen kunnen hier niet goed mee omgaan. De meeste modellen zijn zodanig opgezet dat de kruip bij lagere spanningen steeds groter wordt. Voor negatieve korrelspanningen is er eenvoudigweg geen kruiprelatie gedefinieerd. Dit betekent dat er in een dergelijk geval niet gerekend kan worden.

Tegen de numerieke oscillaties kunnen wel maatregelen genomen worden. Er zijn drie aanpassingen in de numerieke oplosmethode voorgesteld om hun ontwikkeling te remmen. Deze zijn:

- Afvlakken van de reksnelheid aan de beide randen van een cluster van compressibele lagen. Op deze randen kunnen scherpe pieken ontstaan. Deze zijn alleen lokaal en mogen niet via een lineair numeriek schema worden doorgegeven. De afvlakking voorkomt dat.
- Implementeren van een uitgekiender iteratiemechanisme om vooral aan het maaiveld een hoge nauwkeurigheid in de niet-lineaire invloeden te verkrijgen. Er is een onbalans geïntroduceerd, die bij de lastiger problemen geheel gedomineerd wordt door de dreigende singulariteit aan het maaiveld. Bij een afnemende onbalans itereert het proces normaal uit. Bij een toenemende onbalans wordt de tijddiscretisatie gehalveerd, waarna een nieuwe poging wordt gedaan. Er is een limiet gesteld aan de verfijning van de tijddiscretisatie en het aantal iteratiestappen. Bij een uiteindelijke overschrijding wordt gemeld dat de huidige poging om een oplossing te vinden mislukt is.
- Uitvlakken van beginnende oscillaties. Dit is een oplossing achteraf; uit een al bepaald resultaat worden de beginnende oscillaties weggefilterd. Enerzijds heeft dit een cosmetisch effect, anderzijds wordt hierdoor verzekerd dat de uitgangssituatie voor de volgende tijdstap strak genoeg is om een kans op een goed resultaat te bieden.

Deze codematige maatregelen garanderen een optimaal verloop van de numerieke aanpak. Volledige garantie op succes kunnen ze niet bieden. Een onevenredig grote waarde voor de verhouding b/c , bijvoorbeeld, zal altijd falen. Ook het ontbreken van elke vorm van bovenbelasting op het maaiveld kan niet goed aflopen.

De gebruiker kan meehelpen de oplossing van een probleem tot een goed eind te brengen. Allereerst moet er natuurlijk op gelet worden dat de invoer realistisch is. Daarnaast zijn er twee speciale maatregelen mogelijk voor extremere probleemgevallen:

- De oplossing verloopt soepeler als de belasting gespreid wordt aangebracht. Elke belasting verstoort het numerieke proces, dat hierna de kans moet hebben tot rust te komen. Bij een kleine belastingstap is dit makkelijker dan bij een grote.

Dit heeft invloed op de mate van ontwikkeling van waterspanning. Bij een belasting ineens kunnen deze waterspanningen fors oplopen, terwijl deze bij een stapsgewijze modellering minder zijn. Het is dus zaak zoveel mogelijk het werkelijke verloop van de ophoging te volgen.

Een ophoging van bijvoorbeeld 5 meter grond wordt in vijf dagen aangebracht. Het is dan zaak minimaal dit schema in te voeren, omdat een belasting van 5 meter in een klap de waterspanningen zullen overdrijven. Maar uit oogpunt van de berekening zou het kunnen voorkomen dat een invoer van tien stappen per halve dag een beter resultaat geeft.

- Mocht een probleem heel hardnekkig zijn, dan kan altijd de bovenbelasting kunstmatig verhoogd worden. Wel worden hierdoor de berekende zettingen enigszins onderschat. De mate van onderschatting neemt af bij toenemende extra belasting. In de voorbeelden die zijn bijgevoegd, is de onderschatting tussen 1 kPa en 10 kPa van de orde 13 à 17 % .

De eerstgenoemde oplossing heeft verreweg de voorkeur, omdat deze het werkelijke belastinggedrag beter volgt. Dit weegt ruimschoots op tegen het nadeel van een intensievere invoer. De tweede oplossing is in feite een noodrem, die de resultaten beïnvloedt.

Dan is er nog het probleem van te hoog oplopende waterspanningen vlak onder het maaiveld. Dit kan tijdelijk in een iteratiestap het geval zijn. In een zettingprogramma dient hiertegen een veiligheid te worden ingebouwd. Er wordt simpelweg een ondergrens nul afgedwongen en aan het eind na iteratie gecontroleerd of er nog steeds sprake is van negatieve spanningen.

Dit middel is waarschijnlijk erger dan de kwaal. De plotselinge overgangen zijn op hun beurt weer een bron van oscillaties. Deze zijn nauwelijks te onderdrukken. Het kunstmatig vergroten van de bovenbelasting heeft hier een belangrijke kalmerende werking.

In de bijlage is een aantal voorbeelden gegeven. Hierbij zijn drie zaken gevarieerd. De drainage staat al dan niet aan. De seculaire ratio b/c is gevarieerd tussen 20 en 50 (20 wordt beschouwd als gangbare waarde). De bovenbelasting is gesteld op 1 en 10 kPa .

Het berekende verloop van de zetting is mooi strak en van oscillaties is in het geheel geen sprake. Rechtsboven in de legenda staan de gevarieerde grootheden.

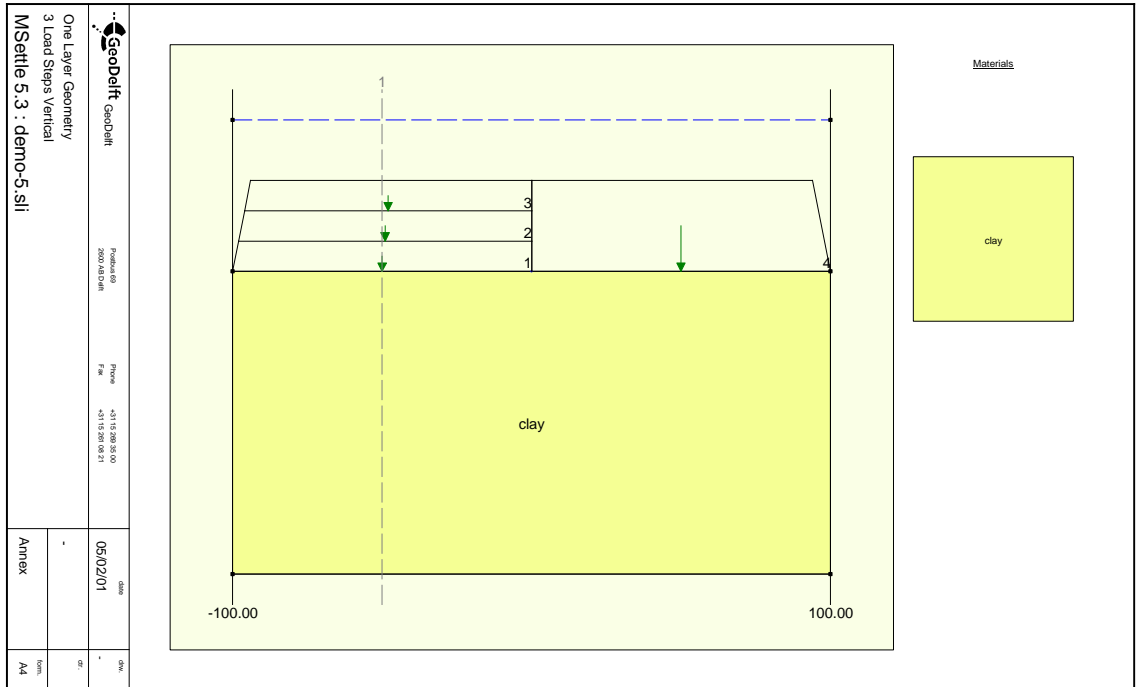
5 Lijst met symbolen

a	[-]	:	directe compressie index
b	[-]	:	seculaire compressie index
c	[-]	:	coëfficiënt van seculaire compressie snelheid
k	[m/d]	:	doorlatendheid
p	[Pa]	:	gronddruk
t	[d]	:	verlopen tijd
v	[m ³]	:	volume
w	[Pa]	:	waterdruk
z	[m]	:	verticale positie

a	[-]	:	Heun factor
g	[N/m ³]	:	volumiek gewicht
e	[-]	:	kruiprek
j	[m]	:	stijghoogte
l	[m]	:	leklengte
s	[Pa]	:	belasting
z	[m]	:	vervormde verticale positie

index	₀	:	initieel
	_b	:	boven
	_g	:	grond
	_w	:	water
	_z	:	verticale richting
	'	:	effectief
	^	:	knoopwaarde

Bijlage 1 Voorbeeld



GeoDelt GeoDelt
 Postbus 60 2000 AB Delft Phone +31 15 260 50 00
 Fax +31 15 260 50 21

One Layer Geometry
 3 Load Steps Vertical
 MSettle 5.3 : demo-5.sli

date	05/02/01	date	-
Annex	-	form	M4

